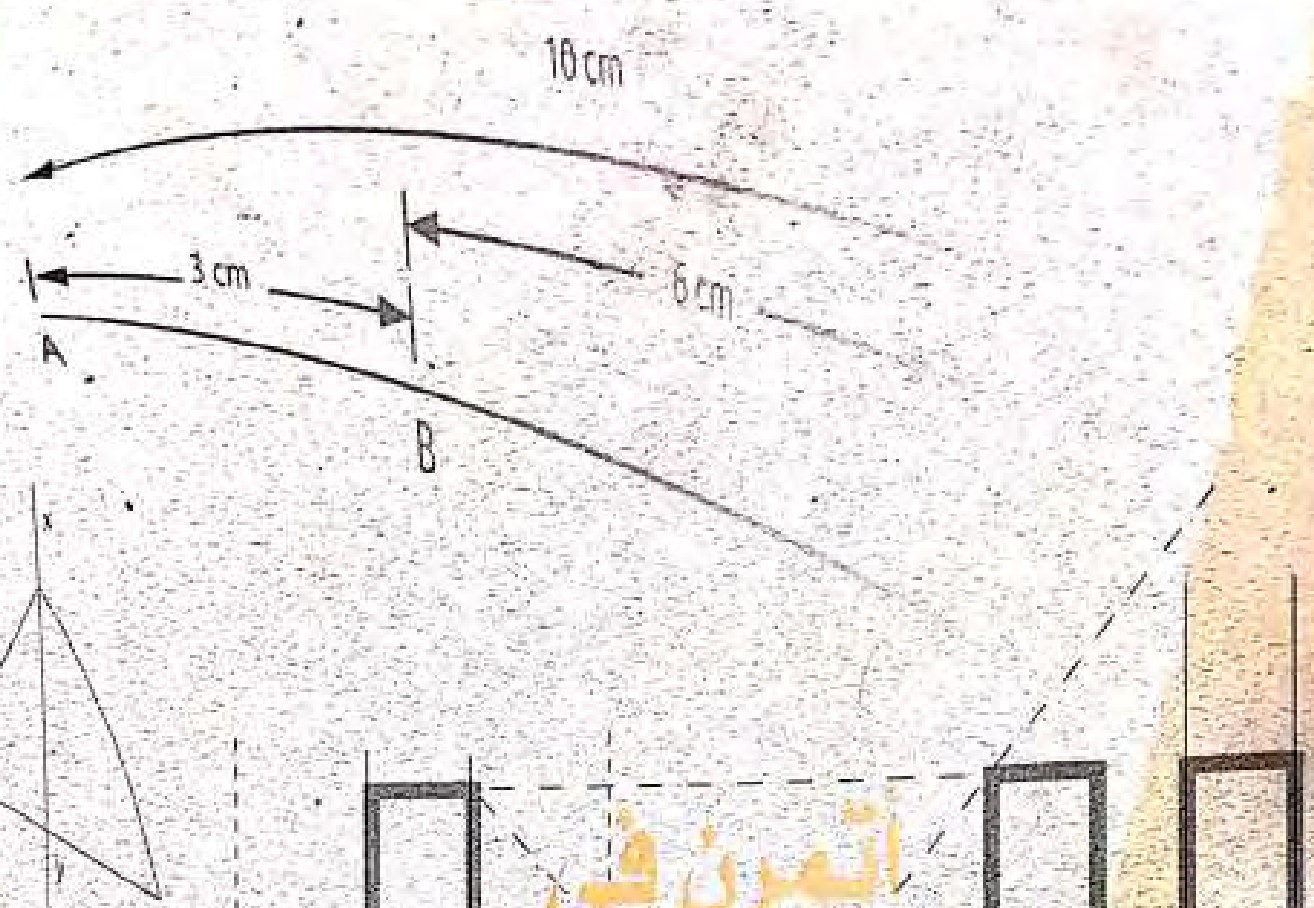
سلسلة

المفاتيح



أتمرن في

الرياضيات

مطابق للبرنامج
الرسمي الجديد

السنة 3 من

التعليم المتوسط

كل الشكر و الثناء للأستاذ حسين

متوسطة حي واد النيل البوني
ش. قبايلي

Filiale du groupe Hachette-livre

260

متوسطة حي واد النيل البوني
ش. قبايلي

سلسلة

المفاتيح

أتمرّن في الرّياضيات

السنة 2 من

التعليم المتوسط

موسعي بوزيد
مفتش ت. ت.أ

بلعباس سعد
مفتش ت. ت

Filiale du groupe Hachette-livre
17 bis, Chemin du réservoir - Hydra

المجالات

الصفحة

المجال 1 : العمليّات على الأعداد الطّبيعيّة والأعداد العشريّة 7

المجال 2 : العمليّات على الكسور 11

المجال 3 : االأعداد النسبية 17

المجال 4 : المعـــادلات 25

المجال 5 : التناسبية 31

المجال 6 : تنظيم المعطيات 37

المجال 7 : إنشاء أشكال هندسيّة بسيطة 43

المجال 8 : التّناظر المركزيّ 51

المجال 9 : متوازي الأضلاع 57

المجال 10 : الزّوايا 63

المحور 11 : المثلّثات 69

المحور 12 : االمثلّث والدّائرة 77

المحور 13 : االموشور القائم، أسطوانة الدّوران 85

جدول الكفاءات

السداسي	البطاقات	الكفاءات المستهدفة
1	بطاقة 01	• إجراء سلسلة عمليات: معرفة قواعد أولويّة العمليّات واستعمالها.
	بطاقة 02	• إستعمال الأقواس. • معرفة خاصيّة توزيع الضّرب على الجمع (أو الطّرح) واستعمالها.
2	بطاقة 03	• تعيين حاصل وباقي القسمة العشريّة لعدد على عدد غير معدوم. • تعيين القيمة المقرّبة بالزّيادة (أو بالنّقصان) لحاصل قسمة عشري.
	بطاقة 04	• حصر حاصل قسمة. • المقارنة بين كسرين لهما نفس المقام أو مقام أحدهما مضاعف للآخر.
	بطاقة 05	• ضرب كسرين. • جمع أو طرح كسرين لهما نفس المقام أو مقام أحدهما مضاعف للآخر.
3	بطاقة 06	• قراءة فاصلة نقطة معلومة أو تعليم نقطة ذات فاصلة معلومة على مستقيم مدرّج. • قراءة إحداثي نقطة معلومة أو تعليم نقطة ذات إحداثيين معلومين في مستومنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.
	بطاقة 07	• المقارنة بين عددين نسبيّين. • ترتيب أعداد نسبيّة تصاعدياً (أو تنازلياً).
	بطاقة 08	• جمع وطرح عددين نسبيّين.
	بطاقة 09	• حساب مجموع جبري. • حساب المسافة بين نقطتين ذات فاصلتين معلومتين على مستقيم مدرّج.
4	بطاقة 10	• حلّ المعادلات من الشّكل: $a+x=b$ ، $ax=b$ حيث a ، b عددان معلومان و $a \neq 0$. • اختبار صحّة مساواة تتضمّن عددا مجهولا (أو عددين مجهولين) عندما نستبدله بقيمة معلومة.
	بطاقة 11	• حلّ معادلات من الشّكل $x : a = b$ حيث a ، b عددان معلومان و $b \neq 0$. • حل معادلات من الشّكل: $ax+b=c$ حيث a، b، c أعداد معلومة و $a \neq 0$.
	بطاقة 12	• حلّ مشكلات بتوظيف معادلات.
5	بطاقة 13	• التعرف على وضعية تناسبية في جدول أعداد. • إتمام جدول أعداد يمثل تناسبيّة.
	بطاقة 14	• حساب الرابع المتناسب. • إتمام حساب نسبة مئوية و توظيفها.
	بطاقة 15	• حساب مقياس خريطة أو تصميم واستعماله. • تحويل وحدات القياس (أطوال ومساحات وحجوم ومدد).
6	بطاقة 16	• قراءة معطيات إحصائيّة في شكل جداول أو تمثيلات بيانيّة (منحنيات ومخططات). • فهم معطيات إحصائيّة وتفسيرها.
	بطاقة 17	• تنظيم سلاسل إحصائية في شكل فئات. • تمثيل معطيات إحصائيّة بمخططات بالأعمدة أو بمخططات دائرية أو نصف دائريّة.
	بطاقة 18	• حساب التّكرارات. • حساب التّكرارات النسبيّة.
7	بطاقة 19	• إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم معلوم ويشمل نقطة معلومة. • إنشاء مستقيم مواز لمستقيم معلوم ويشمل نقطة معلومة.
	بطاقة 20	• إنشاء محور قطعة مستقيم.

ش. قبايلي
متوسطة حي واد النيل البوني

جدول الكفاءات

7	بطاقة 21	• إنشاء منصّف زاوية.
	بطاقة 22	• إنشاء المثلّثات الخاصّة. • إنشاء: مربّع ، مستطيل ، معيّن ، دائرة ، قوس دائرة.
8	بطاقة 23	• التّعرف على أشكال متناظرة بالنّسبة إلى نقطة. • إنشاء نظير شكل أوّليّ : نقطة ، قطعة مستقيم ، مستقيم ، نصف مستقيم ، زاوية ، دائرة.
	بطاقة 24	• التّعرف على خواص التّناظر المركزيّ.
	بطاقة 25	• التّعرف على خواص التّناظر المركزيّ (تابع). • التّعرف على شكل يقبل مركز تناظر.
9	بطاقة 26	• التّعرّف على متوازي الأضلاع. • معرفة مختلف خواص متوازي الأضلاع وتوظيفها.
	بطاقة 27	• معرفة مختلف خواصّ متوازي الأضلاع وتوظيفها (تابع).
	بطاقة 28	• معرفة خواصّ متوازيات الأضلاع الخاصّة (المستطيل، المربّع، المعيّن) وتوظيفها. • حساب مساحة متوازي الأضلاع.
10	بطاقة 29	• معرفة التّعابير : زاويتان متجاورتان، زاويتان متكاملتان، زاويتان متتامتان، زاويتان متبادلتان داخليا، ... وتوظيفها بشكل سليم في وضعيات مناسبة.
	بطاقة 30	• معرفة خاصّية الزّاويتين المتقابلتين بالرّأس وتوظيفها. • معرفة خواصّ الزّوايا المعيّنة بمتوازيين وقاطع وتوظيفها.
	بطاقة 31	• معرفة خواصّ الزّوايا المعيّنة بمتوازيين وقاطع وتوظيفها (تابع).
11	بطاقة 32	• معرفة مجموع زوايا مثلّث وتوظيفه في وضعيّة معطاة.
	بطاقة 33	• إنشاء مثلّث بمعرفة: 1) طول ضلع والزّاويتان المجاورتان له. 2) طولا ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما. 3) أطوال الأضلاع الثّلاثة.
	بطاقة 34	• معرفة المتباينة المثلّثية واستعمالها.
	بطاقة 35	• المثلّثات المتقايسة (بالتّطابق أو التّناظر).
12	بطاقة 36	• التّعرّف على محاور أضلاع مثلّث.
	بطاقة 37	• إنشاء الدائرة المحيطة بمثلّث.
	بطاقة 38	• حساب مساحة مثلّث.
	بطاقة 39	• حساب مساحة قرص نصف قطره معلوم.
13	بطاقة 40	• وصف موشور قائم. • تمثيل تصميم لموشور قائم أبعاده معلومة، صنع موشور قائم أبعاده معلومة.
	بطاقة 41	• وصف أسطوانة دوران. • تمثيل تصميم أسطوانة دوران أبعادها معلومة و صنع أسطوانة الدّوران أبعادها معلومة.
	بطاقة 42	• حساب المساحة الجانبيّة لموشور قائم ولأسطوانة دوران. • حساب حجم موشور قائم وأسطوانة دوران.

متوسطة حي واد النيل البوني

01 العمليّات على الأعداد الطّبيعيّة والأعداد العشريّة (1)

الكفاءات المستهدفة

• إجراء سلسلة عمليّات، معرفة قواعد أولويّة العمليّات واستعمالها

مكتسبات

• جمع وطرح وضرب وقسمة عددين عشريين.

ما يلزمك معرفته

① لحساب مجموع بدون أقواس يحتوي على عمليّتي الجمع أو الطّرح فقط نجري الحساب من اليسار إلى اليمين حسب ترتيبها.

② لحساب مجموع بدون أقواس يحتوي على عمليّات الجمع أو الطّرح والضّرب أو القسمة نبدأ بإجراء الضّرب أو القسمة قبل كلّ من الجمع أو الطّرح.

ملاحظة

لإجراء سلسلة عمليّات فيها إمّا عمليّة الجمع فقط وإمّا عمليّة الضّرب فقط ننجز الحساب وفق أيّ ترتيب نشاء.

إجراءات وتقنيات

• في السلسلة $\frac{3+7}{5}$

نحسب $3+7$ أولا

• في السلسلة $\frac{36}{9-3}$

نحسب $9-3$ أولاً

• في السلسلة $\frac{7\times 23}{35}$

نختزل أولاً $\frac{23}{5}$

تمارين

1. احسب كلاً ممّا يأتي.

$a = 13 - 5 + 9$ ، $c = 21 - 11 - 9$

$b = 13 + 5{,}7 - 9{,}2$ ، $d = 33{,}2 - 13{,}4 - 5{,}8$

2. احسب كلاً ممّا يأتي.

$l = 3 + 7 \times 9$ ، $n = 21 \times 19 - 9$

$m = 3{,}4 + 5{,}6 \times 2$ ، $p = 51{,}9 - 21{,}9 : 3$

3. اكتشف الخطأ فيما يأتي، وصححه:

$$12 + 9 \times 8 - 6 : 3 = 21 \times 2 : 3$$
$$= 42 : 3$$
$$= 14$$

4. اربط سلسلة العمليات بناتجها في كلّ ممّا يأتي.

a)	$21 + 9 - 9 \times 2$	$\boxed{184{,}5}$
b)	$21 + 9 : 9 - 2$	$\boxed{12}$
c)	$21 \times 9 : 9 - 2$	$\boxed{19}$
d)	$21 \times 9 - 9 : 2$	$\boxed{20}$

5. املأ الفراغات بالإشارات +، −، × بحيث تكون المساويات صحيحة.

i) $23 \ldots 4 \ldots 5 \ldots 2 = 5$ | k) $23 \ldots 4 \ldots 5 \ldots 2 = 95$

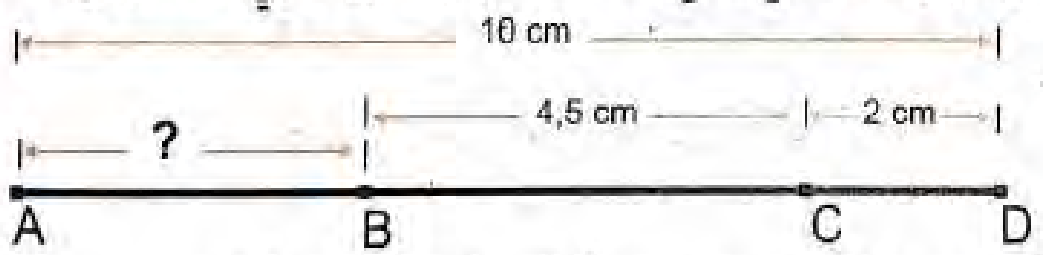
j) $23 \ldots 4 \ldots 5 \ldots 2 = 17$ | l) $23 \ldots 4 \ldots 5 \ldots 2 = 41$

6. احسب ما يأتي بأسرع ما يمكن.

a) $33 + 46 + 17 + 4$ | c) $4 \times 87 \times 25$

b) $4{,}54 + 2{,}7 + 6 + 0{,}46 + 11{,}3$ | d) $0{,}25 + 4{,}2 + 5 + 8$

7. عبّر عن طول القطعة [AB] بدلالة الأطوال المبيّنة في الشكل، واحسبه.



8. ميّز المجموع واذكر حدوده وميّز الجداء واذكر عوامله.

$a = 3 \times (5 + 9)$ | $b = 3 \times 5 + 9$

$c = 34 + 7 \times 5$ | $d = 34 \times (8{,}57 - 3{,}07) \times 9$

9. يتكون قطار من 17 عربة، 7 منها حمولتها 35,2 طنا، و6 منها حمولتها 18,5 طنا، والعربات الباقية حمولتها 128,75 طنا.

– اكتب سلسلة العمليات التي يعطي ناتجها حمولة القطار، واحسبها.

أصحيح أم خطأ؟ لحساب سلسلة العمليات $4 + 6 \times 0{,}5$ نبدأ بحساب $4 + 6$ الذي يساوي 10، ثم نكمل فنجد 5.

حلول التمارين

.1

$a = 8 + 9 = 17$ | $b = 18,7 - 9,2 = 9,5$ | $c = 10 - 9 = 1$ | $d = 19,8 - 5,8 = 14$

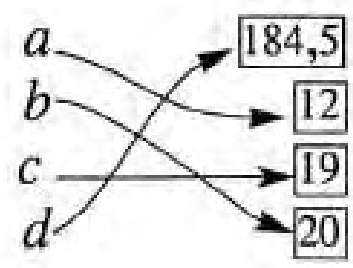
.2

$l = 3 + 63 = 66$ | $m = 3,4 + 11,2 = 14,6$ | $n = 399 - 9 = 390$ | $p = 15,9 - 7,3 = 44,6$

3. يتمثل الخطأ في إنجاز عمليتي الجمع والطرح قبل عمليتي الضرب والقسمة.
الحلّ الصحيح:

$$12 + 9 \times 8 - 6 : 3 = 12 + 72 - 2$$
$$= 84 - 2$$
$$= 82$$

.4



.5

$i) = 23 - 4 \times 5 + 2 = 5$ | $k) = 23 \times 4 + 5 - 2 = 95$

$j) = 23 + 4 - 5 \times 2 = 17$ | $l) = 23 + 4 \times 5 - 2 = 41$

.6

$a)\ \underline{33} + 46 + \underline{17} + 4 = 50 + 50 = 100$

$b)\ \underline{4,54} + \underline{2,7} + 6 + \underline{0,46} + \underline{11,3} = 5 + 14 + 6 = 25$

$c)\ 4 \times 87 \times 25 = 100 \times 87 = 8700$

$d)\ \underline{0,25} \times 4,2 \times 5 \times \underline{8} = \underline{2} \times 4,2 \times \underline{5} = 10 \times 4,2 = 42$

.7

$$AB = 10 - 4,5 - 2$$
$$10 - 4,5 - 2 = 5,5 - 2$$
$$= 3,5$$

و منه $\boxed{AB = 3,5\ cm}$

.8

a : جداء، وعاملاه، هما: 3 ، $5 + 9$

b : مجموع، وحداه هما: 5×3 ، 9

c : مجموع، وحداه هما: 34 ، 7×5

d : جداء، وعوامله هي: 34 ، $8,57 - 3,07$ ، 9

9. سلسلة العمليات التي ناتجها يعطي حمولة القطار هي:

$$7 \times 35,2 + 6 \times 18,5 + 128,75$$

وحمولة القطار هي: $\boxed{486,15 \text{ طنا}}$

إرشادات وتوجيهات

- تنجز العمليات حسب ترتيبها من اليسار إلى اليمين.
- تنجز العمليات حسب ترتيبها من اليسار إلى اليمين.
- للضرب والقسمة الأولوية على الجمع والطرح.
- نبدأ بإجراء الضرب أو القسمة قبل كلّ من الجمع والطرح.
- سلسلة العمليات التي فيها إما: عملية الجمع فقط وإما عملية الضرب فقط ننجز الحساب وفق أيّ ترتيب نشاء.
- في مجموع يحوي عدة عمليات آخر عملية تنجز هي عملية الجمع.
- في جداء آخر العملية التي تنجز هي عملية الضرب.

الإجابة خطأ، لأن لعملية الضرب الأولوية على عملية الجمع.

02 العمليات على الأعداد الطبيعية والأعداد العشرية (2)

الكفاءات المستهدفة

- استعمال الأقواس.
- معرفة خاصية توزيع الضرب على الجمع (أو الطرح) واستعمالها.

مكتسبات

- جمع وطرح وضرب وقسمة عددين عشريين.
- أولوية العمليات.

ما يلزمك معرفته

1 لإجراء سلسلة عمليات تحتوي على أقواس نبدأ بحساب ما داخل الأقواس.

2 a، b، k ثلاثة أعداد، إن:

$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$

لضرب مجموع عددين بعدد، نضرب كلاً من حدّي المجموع بهذا العدد ثمّ نجمع النتيجتين.

a، b، k ثلاثة أعداد حيث $a \geq b$

إن:

$k \times (a-b) = k \times a - k \times b$

لضرب فرق عددين بعدد، نضرب كلاً من حدّي الفرق بهذا العدد، ثمّ نطرح النتيجتين، باحترام ترتيب حدي الفرق.

إجراءات وتقنيات

- a، b، c، d أعداد عشرية، إن:

$a \times (b+c+d)$

$= a \times b + a \times c + a \times d$

- السلسلة $a \times b : c$

تكتب: $a \times \frac{b}{c}$

كما تكتب: $\frac{a \times b}{c}$

- السلسلة $a : b \times c$

تكتب: $\frac{a}{b \times c}$

تمارين

1. احسب كلاً مما يأتي ولاحظ تأثير الأقواس على الناتج.

$a = 24 - 11 + 9$ ، $c = 37{,}9 - 5{,}7 - 4{,}2$

$b = 24 - (11 + 9)$ ، $d = 37{,}9 - (5{,}7 - 4{,}2)$

2. احسب كلاً مما يأتي.

$x = (4+3) \times 5 - 6$ ، $z = (3{,}5 - 2{,}5) \times (3{,}5 + 2{,}5)$

$y = 2{,}5 - (4{,}3 - 3) + 4{,}6 : 2$ ، $t = (8-5) \times 4{,}8 : 4$

3. في كلّ سلسلة مما يأتي أقواس زائدة، احذفها، ثمّ احسب الناتج.

$a = 65 - (11 \times 5) + 9 \times (3 + 17)$ ، $c = 2 \times (4 \times (5{,}4 + 1{,}6) \times 7)$

$b = (44 - 2 \times (11 + 9)) + 37$ ، $d = (24 + 16) - (12{,}8 + 8{,}3)$

$e = (0{,}3 \times (0{,}4 \times (0{,}5 \times (3+4)))) : 2$

4. ضع الأقواس في المكان المناسب لكي يكون الناتج صحيحا.

$x)$ $2{,}3 \times 14 + 6 = 46$

$y)$ $25 : 10 : 2 = 5$

$z)$ $35 : 7 \times 5 = 1$

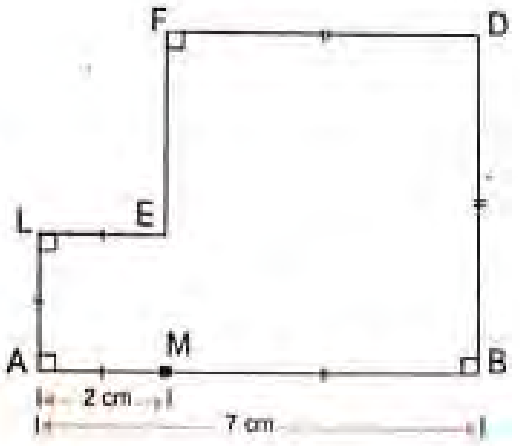
$r)$ $2 \times 5 - 3 : 6 - 4 - 2 = 0$

$s)$ $2 \times 5 - 3 : 6 - 4 - 2 = 1{,}5$

$t)$ $2 \times 5 - 3 : 6 - 4 - 2 = 6{,}5$

5. [AB] قطعة مستقيم طولها 7 cm، M نقطة منها حيث $AM = 2$ cm (انظر الشكل).

احسب محيط المضلّع $ALEFDB$.



6. احسب بطريقتين كلاً مما يأتي:

$a = 7{,}3 \times (1{,}5 + 2{,}5)$

$b = 3{,}65 \times 93 + 3{,}65 \times 7$

$c = 6 \times (12{,}5 + 1{,}3 + 6{,}2)$

$d = 4 \times 13 - 4 \times 7 - 4 \times 2$

7. يتكوّن سلّم من 3 درجات (انظر الشكل)، نريد تغطيته بسجّاد.

أ) اكتب سلسلة العمليات التي ناتجها يعطي طول السجّاد اللازم مرّة بدون استعمال الأقواس، وأخرى باستعمالها.

ب) احسب طول السجّاد.

أصحيح أم خطأ؟ $2001{,}5 \times 123456789 - 2001{,}5 \times 123456779 = 2005$

حلول التمارين

.1

$a = 13 + 9 = 22$ | $b = 24 - 20 = 4$ | $c = 32,2 - 9,2 = 28$ | $d = 37,9 - 1,5 = 36,4$

.2

$x = 7 \times 5 - 6 = 29$ | $y = 2,5 - 1,3 + 2,3 = 3,5$ | $z = 1 \times 6 = 6$ | $t = 3 \times 4,8 : 4 = 3,6$

.3

$a = 65 - 11 \times 5 + 9 \times (3 + 17) = 190$

$b = 44 - 2 \times (11 + 9) + 37 = 41$

$c = 2 \times 4 \times (5,4 + 1,6) \times 7 = 392$

$d = 24 + 16 - (12,8 + 8,3) = 18,9$

$e = 0,3 \times 0,4 \times 0,5 \times (3 + 4) : 2 = 0,21$

.4

$x)\ 2,3 \times (14 + 6) = 46$

$y)\ 25 : (10 : 2) = 5$

$z)\ 35 : (7 \times 5) = 1$

$r)\ 2 \times (5 - 3) : (6 - 4) - 2 = 0$

$s)\ (2 \times 5 - 3) : (6 - 4) - 2 = 1,5$

$t)\ 2 \times 5 - 3 : (6 - 4) - 2 = 6,5$

.5 أولاً نحسب الطّولين MB و EF فنجد: $MB = 5cm$ و $EF = 3cm$

محيط المضلّع $ALEFDB$ يساوي $3 \times 2 + 3 \times 5 + 3$

إنّ $3 \times 2 + 3 \times 5 + 3 = 3 \times (2 + 5 + 1) = 24$

والمحيط يساوي $24cm$.

.6

$b = 3,65 \times 100 = 365$

$c = 6 \times 20 = 120$

$d = 4 \times 4 = 16$

1) $a = 7,3 \times 4 = 29,2$

2) $a = 7,3 \times 1,5 + 7,3 \times 2,5 = 10,95 + 18,25 = 29,2$

.7 سلسلة العمليّات التي ناتجها يعطي طول السّجّاد هي:

أ) بدون استعمال الأقواس: $3 \times 37,5 + 3 \times 17,5$

باستعمال الأقواس: $3 \times (37,5 + 17,5)$

ب) طول السّجّاد هو: $165cm$.

إرشادات وتوجيهات

- عند وجود أقواس نبدأ بحساب ما بداخلها.
- لاحظ كيف تتغيّر النّتيجة تبعاً لوضع أو نزع الأقواس.
- في a الضّرب لا يحتاج للأقواس لأخذ الأولويّة بالنّسبة إلى الجمع أو الطّرح.
- في b للطّرح الأولوية بالنسبة إلى الجمع حسب ترتيب الكتابة، فهو لا يحتاج إلى أقواس.
- c هو جداء أربعة عوامل: 2 ، 4 ، $(5,4 + 1,6)$ ، 7
- في d عملية الجمع الأولى لها الأولوية بالنسبة إلى: عملية الطرح حسب ترتيب الكتابة.
- يمكن الحلّ بطريقة أخرى، مثل: $4 \times 2 + 4 \times 5 - 2 \times 2 = 24$
- لحساب كلّ من b ، c ، d بطريقة ثانية استعمل خاصيّة توزيع الضّرب على الجمع (أو الطّرح).
- يمكن الحلّ باستعمال سلسلة عمليّات جمع فقط.

الإجابة صحيح لأنّ: $200,5 \times 123456789 - 200,5 \times 123456779 = 200,5 \times (123456789 - 123456779) = 200,5 \times 10 = 2005$

03 العمليات على الكسور (1)

الكفاءات المستهدفة

- تعيين حاصل وباقي القسمة العشرية لعدد على عدد غير معدوم.
- تعيين القيمة المقربة بالزيادة (أو بالنقصان) لحاصل قسمة عشري.

مكتسبات

- القسمة العشرية على عدد طبيعي.
- القيمة المقربة إلى الوحدة بالزيادة (أو بالنقصان) لحاصل قسمة عشري

ما يلزمك معرفته

① لقسمة عدد على عدد عشري غير معدوم نحول القاسم إلى عدد طبيعي بضرب كل من القاسم والمقسوم بـ10، 100، 1000، ...

② إذا كانت القسمة العشرية غير تامة نلجأ إلى تعيين قيمة مقربة بالزيادة (أو بالنقصان) للحاصل.

ملاحظة

يمكن إيجاد قيمة مقربة بالزيادة (أو بالنقصان) لحاصل قسمة تام.

في القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة (أو بالنقصان) لحاصل قسمة نستعمل رقما واحدا بعد الفاصلة.

في القيمة المقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالزيادة (أو بالنقصان) لحاصل قسمة نستعمل رقمين بعد الفاصلة. وهكذا...

إجراءات وتقنيات

- حاصل القسمة $a:b$ يكتب a/b ويكتب $\frac{a}{b}$.

تمارين

1. احسب كلاً مما يأتي.

$a = 24 : 0,1$ ، $c = 369 : 0,9$

$b = 3,125 : 0,01$ ، $d = 2,8 : 0,025$

2. حول مقام كل كسر مما يأتي إلى عدد طبيعي.

$\frac{2,5}{0,1}$ ، $\frac{4}{5,12}$ ، $\frac{0,32}{1,625}$ ، $\frac{9,35}{0,0007}$ ، $\frac{0,003}{1,4}$ ، $\frac{2,3}{1,7}$

3. أنجز عمليات القسمة الآتية، وأكمل الجمل.

$53 : 3$ ، $36 : 0,07$ ، $7,06 : 1,3$ ، $7,5 : 0,8$

أ) القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان لحاصل $53 : 3$ هي: ...

ب) القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة لحاصل $53 : 3$ هي: ...

ج) القيمة المقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالزيادة لحاصل $36 : 0,07$ هي: ...

د) القيمة المقربة إلى $\frac{1}{1000}$ بالنقصان لحاصل $7,06 : 1,3$ هي: ...

هـ) القيمة المقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالنقصان لحاصل $7,5 : 0,8$ هي: ...

4. القيمة المقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالنقصان لحاصل قسمة عدد على 31 هي: 2,35 والباقي 0,4.
- اكتب سلسلة العمليات التي ناتجها العدد المقسوم.
- عيّن هذا العدد.

5. برميل زيت يحتوي على 64,2 لترا، يريد صاحبه إفراغه في زجاجات سعة الواحدة منها 1,5 لترا. كم زجاجة يلزمه لإفراغ كامل البرميل؟

6. يريد ثلاثة إخوة اقتسام قطعة أرض مساحتها 518 آراً بالتساوي.
- هل يمكن لهذه القسمة أن تكون تامة؟

اقترح قسمة من مرتبة $\frac{1}{100}$ بحيث يكون الفرق بين حصتي كل اثنين منهم لا يتعدى 0,01.

أصحيح أم خطأ؟ لا يوجد عدد طبيعي حاصل قسمته على 8 محصور بين 0,8 و 0,9.

حلول التمارين

1.

$a = 240$ | $b = 312,5$ | $c = 3690 : 9 = 410$ | $d = 2800 : 25 = 112$

2.

$\frac{23}{17}$ ، $\frac{0,03}{14}$ ، $\frac{93500}{7}$ ، $\frac{320}{1625}$ ، $\frac{400}{512}$ ، $\frac{25}{1}$ ويكتب 25

3.

أ) القيمة المقرّبة إلى $\frac{1}{10}$ بالنّقصان لحاصل 3 : 53 هي: 17,6

ب) القيمة المقرّبة إلى $\frac{1}{10}$ بالزّيادة لحاصل 3 : 53 هي: 17,7

ج) القيمة المقرّبة إلى $\frac{1}{100}$ بالزّيادة لحاصل 0,07 : 36 هي: 514,29

د) القيمة المقرّبة إلى $\frac{1}{1000}$ بالنّقصان لحاصل 1,3 : 7,06 هي: 5,430

هـ) القيمة المقرّبة إلى $\frac{1}{100}$ بالنّقصان لحاصل 0,8 : 7,5 هي: 9,37

4. سلسلة العمليّات التي ناتجها العدد المقسوم هي: $31 \times 2,35 + 0,4$

$31 \times 2,35 + 0,4 = 73,25$

5. لمعرفة عدد الزّجاجات اللازمة نجري عملية القسمة الآتية: $64,2 : 1,5$

لدينا $64,2 : 1,5 = 42,8$.

وعدد الزّجاجات اللازمة هو القيمة المقرّبة إلى الوحدة بالزّيادة لحاصل القسمة، وهو 43 زجاجة.

6. $518 : 3 = 172,666666 .....$. هذه القسمة غير تامّة، لأن حاصل قسمة 518 على 3 غير تامّ.

اثنان من الإخوة حصّة كلّ واحد منهما تقدّر بقيمة مقرّبة إلى $\frac{1}{100}$ بالزّيادة، وحصة الثالث تقدّر بقيمة مقرّبة إلى $\frac{1}{100}$ بالنّقصان، فيأخذ:

الأوّل: 172,67 آراً

الثاني: 172,67 آراً

الثالث: 172,66 آراً

ارشادات وتوجيهات

- القاسم في كلّ من a و b يتحوّل إلى 1 بالضّرب في 10 و 100 على التّرتيب
- إذا كان مقام كسر عددا عشرياً، فأسهل طريقة لتحويله إلى عدد طبيعيّ هي ضرب كلّ من البسط والمقام بـ: 10، 100، 1000، ...
- عندما نأخذ قيمة مقرّبة بالنّقصان لحاصل قسمة يكون باقيها من نفس مرتبة التّقريب.
- المقسوم يساوي جداء القاسم والنّاتج زائد الباقي.
- لدينا $42 \times 1,5 = 63$ و $64,2 = 63 + 1,2$ ومنه 42 زجاجة تحمل 63 لترا وزجاجة واحدة تحمل 1,2 لترا.
- يمكن ملاحظة أنّ العدد 518 ليس من مضاعفات العدد 3.

الإجابة خطأ، العدد الطبيعي موجود، وهو 7 لأن $0,8 \times 8 = 6,4$ و $0,9 \times 8 = 7,2$

04 العمليات على الكسور (2)

الكفاءات المستهدفة

- حصر حاصل قسمة.
- المقارنة بين كسرين لهما نفس المقام أو مقام أحدهما مضاعف للآخر.

مكتسبات

- القسمة العشريةُ على عدد طبيعي.
- القيمة المقرّبة لحاصل قسمة عشري.

ما يلزمك معرفته

① لحصر حاصل قسمة بعددين طبيعيّين نحصر المقسوم بمضاعفين متتاليين للقاسم، ثمّ نقسم كلاً من المقسوم والمضاعفين على القاسم.

② لا يتغير حاصل القسمة $\frac{a}{b}$ عندما نضرب (أو نقسم) كلاً من a و b في نفس العدد غير المعدوم k.

$\frac{a}{b}=\frac{a\times k}{b\times k}$ ، $\frac{a}{b}=\frac{a:k}{b:k}$ مع $k\neq 0$

③ إذا كان لكسرين نفس المقام فإنّ أكبرهما هو الكسر ذو البسط الأكبر.

④ لمقارنة كسرين مقام أحدهما مضاعف لمقام الكسر الآخر، نستبدل أحدهما بكسر له نفس مقام الكسر الآخر، ثمّ نقارن بينهما.

إجراءات وتقنيات

- يمكن مقارنة كسرين بمقارنة كلّ منهما بعدد ثالث.

تمارين

1. أوجد حصرا بعددين طبيعيّين لكلّ حاصل قسمة مما يأتي.

$\frac{4009}{1002}$ ، $\frac{162}{13}$ ، $\frac{95}{11}$ ، $\frac{32}{7}$

2. أوجد حصرا بعددين عشريين باستعمال رقمين بعد الفاصلة لكلّ حاصل قسمة مما يأتي.

$\frac{4009}{1002}$ ، $\frac{162}{13}$ ، $\frac{95}{11}$ ، $\frac{32}{7}$

3. ماهو العدد الطبيعي الذي حاصل قسمته على 7 محصور بين 1,2 و1,3 ؟

4. هل توجد أعداد عشرية مكتوبة برقم واحد بعد الفاصلة حاصل قسمة كلّ منها على 7 محصور بين 1,2 و 1,3 ؟
في حالة الجواب بنعم، عيّن هذه الأعداد.

5. أكمل ما يأتي.

$\frac{21}{15}=\frac{\dots}{5}$ ، $\frac{15}{\dots}=\frac{105}{14}$ ، $\frac{\dots}{9}=\frac{78}{177}=\frac{26}{\dots}=\frac{2}{\dots}$

6. أكمل بأحد الرموز > أو < أو = كلاً مما يأتي.

a) $\frac{6}{7}\dots\frac{4}{7}$ ، b) $\frac{0,3}{43}\dots\frac{1,2}{43}$ ، c) $\frac{23}{12}\dots\frac{8}{3}$ ، d) $\frac{7,4}{13}\dots\frac{14,8}{26}$

7. رتّب تصاعديا الأعداد.

أ) $\frac{9,7}{12}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{6}$ ، ب) 1 ، $\frac{29807}{49321}$ ، $\frac{5759}{4123}$

8. لشراء هديّة لأمهم جمع صهيب ورياض وآية مبلغا من المال، وكانت مساهمتهم بـ $\frac{9}{32}$ وَ $\frac{5}{8}$ وَ $\frac{6}{64}$ من المبلغ على الترتيب.
أيّ الإخوة الثلاثة كانت مساهمته أكبر؟

أصحيح أم خطأ ؟ حاصل القسمة $\frac{987654321 22}{987654321 23}$ محصور بين 0 و 1.

حلول التمارين

1. لدينا: $28 < 32 < 35$ أي: $7 \times 4 < 32 < 5 \times 7$

ومنه: $4 < \frac{32}{7} < 5$

وبنفس الطريقة نجد:

$$8 < \frac{95}{11} < 9 \quad , \quad 14 < \frac{187}{13} < 15 \quad , \quad 4 < \frac{4009}{1002} < 5$$

2. لدينا $\frac{32}{7} = 4,571428571...$ و منه $4,57 < \frac{32}{7} < 4,58$

وبنفس الطريقة نجد:

$$8,63 < \frac{95}{11} < 8,64 \quad , \quad 14,38 < \frac{187}{13} < 14,39$$

بينما $\frac{4009}{1002}$ لايمكن حصره بعددين عشريّين أكبر من 4 باستعمال رقمين بعد الفاصلة، لأن: $\frac{4009}{1002} = 4,000998004...$

3. العدد المطلوب محصور بين $1,2 \times 7$ و $1,3 \times 7$

أي محصور بين 8,4 و 9,1 ومنه فالعدد هو: 9

4. نعم توجد أعاد عشريّة مكتوبة برقم واحد بعد الفاصلة حاصل قسمة كلّ منها على7 محصور بين 1,2 و 1,3. وهي محصورة بين 8,4 و 9,1.

هذه الأعداد هي: 8,5 و 8,6 و 8,7 و 8,8 و 8,9.

5. $\frac{2}{3} = \frac{26}{39} = \frac{78}{117} = \frac{6}{9}$ ، $\frac{105}{14} = \frac{15}{2}$ ، $\frac{7}{5} = \frac{21}{15}$

6. $\frac{14,8}{26} = \frac{7,4}{13}$ ، $\frac{8}{3} > \frac{23}{12}$ ، $\frac{1,2}{43} > \frac{0,3}{43}$ ، $\frac{4}{7} > \frac{6}{7}$

7. أ) نوجد مقامات الكسور أولاً. $\frac{9,7}{12}$ ، $\frac{9}{12}$ ، $\frac{8}{12}$ ، $\frac{10}{12}$

ثمّ نرتّب حسب البسوط $\frac{8}{12} < \frac{9}{12} < \frac{9,7}{12} < \frac{10}{12}$

ب) لاحظ أنّ $\frac{29807}{49321} < 1$ وَ $1 < \frac{5759}{4123}$ (بمقارنة البسط والمقام)

ثمّ نرتّب $\frac{29807}{49321} < 1 < \frac{5759}{4123}$

8. لدينا: مساهمة صهيب $\frac{18}{64} = \frac{9}{32}$ ومساهمة رياض $\frac{40}{64} = \frac{5}{8}$

إنّ: $\frac{6}{64} < \frac{18}{64} < \frac{40}{64}$ ومنه $\frac{6}{64} < \frac{9}{32} < \frac{5}{8}$ أي أنّ مساهمة رياض هي الأكبر.

إرشادات وتوجيهات

- لاحظ أنّ: $88 < 95 < 99$ و: $182 < 187 < 195$ و: $4008 < 4009 < 5010$
- لحصر حاصل قسمة $\frac{a}{b}$ بعددين عشريّين نستعمل القيمة المقرّبة بالزّيادة (او بالنّقصان) لحاصل القسمة.

$$\boxed{\text{ق.م.ن}} < \frac{a}{b} < \boxed{\text{ق.م.ز}}$$

ق.م.ز : قيمة مقرّبة بالزّيادة.
ق.م.ن : قيمة مقرّبة بالنّقصان.

- تحقق باستعمال الآلة الحاسبة من أنّ:

$\frac{95}{11} = 8,63636...$

$\frac{187}{13} = 14,38461538...$

- في كل من c و d نبدأ بتوحيد مقامي الكسرين، فنكتب

$\frac{8}{3} = \frac{32}{12}$

و $\frac{7,4}{13} = \frac{14,8}{26}$

الإجابة صحيح أنّ $0 < \frac{98765432122}{98765432123} < 1$.

05 العمليّات على الكسور (3)

الكفاءات المستهدفة

- ضرب كسرين.
- جمع أو طرح كسرين لهما نفس المقام أو مقام أحدهما مضاعف للآخر.

مكتسبات

- المقارنة بين كسرين.
- توحيد مقامي كسرين.

ما يلزمك معرفته

1) a، b، c، d أعداد عشرية حيث $b \neq 0$، $d \neq 0$ إنّ:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

جداء كسرين هو كسر بسطه جداء بسطيهما ومقامه جداء مقاميهما

2) أ) a، b، c أعداد عشرية حيث $b \neq 0$ ، إنّ:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

مجموع كسرين لهما نفس المقام هو كسر مقامه نفس مقامهما، وبسطه مجموع بسطيهما.

ب) a، b، c أعداد عشرية حيث $b \neq 0$ ، إنّ:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

فرق كسرين لهما نفس المقام هو كسر مقامه نفس مقامهما، وبسطه فرق بسطيهما مع المحافظة على الترتيب.

جـ) a، b، c، d أعداد عشرية حيث $b \neq 0$، $d \neq 0$

إذا كان d مضاعفا لـ b أي: $d = k \times b$ فان:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ka}{d} + \frac{c}{d} = \frac{ka+c}{d}$$

و

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ka}{d} - \frac{c}{d} = \frac{ka-c}{d}$$

لحساب مجموع (أوفرق) كسريين مقام أحدهما مضاعف لمقام الكسر الآخر، نستبدل أحدهما بكسر له نفس مقام الكسر الآخر، ثمّ نحسب المجموع (أو الفرق).

إجراءات وتقنيات

- في ضرب كسرين عندما يكون الاختزال ممكنا يستحسن البدء به قبل حساب الجداء.

تمارين

1. أنجز العمليّات:

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} \text{ ، } \frac{5,2}{3} \times \frac{7}{4} \text{ ، } \frac{4,3}{3,2} \times \frac{0,3}{5} \text{ ، } \frac{11}{7,2} \times \frac{6}{5,5} \text{ ، } \frac{0,4}{0,5} \times \frac{0,01}{0,3}$$

2. أحسب مايأتي:

$$a)\ \frac{5}{7} + \frac{3}{7} \quad , \quad b)\ \frac{11}{0,2} + \frac{1,5}{0,2} \quad , \quad c)\ \frac{5+6}{5 \times 6} + \frac{15+2}{15 \times 2}$$

$$d)\ \frac{0,4}{7+2} - \frac{0,3}{9} \quad , \quad e)\ \frac{7}{15,3} - \frac{5}{15,3} \quad , \quad f)\ \frac{23,4}{0,24} - \frac{17,5}{0,24}$$

3. يستغل فلاّح قطعة أرض على النّحو الاتي: نصفها لزراعة القمح، وثلاثة أثمانها لزراعة الحمص، والباقي لزراعة العدس.
– عبّر بكسر عمّا خصّصه لكلّ نوع من المزروعات الثّلاث.

4. أكمل الفراغات الآتية.

$$x)\ \frac{26}{5} - \frac{9}{\dots} = \frac{17}{5} \quad , \quad y)\ \frac{12}{7} + \frac{\dots}{7} = 2,1 \quad , \quad z)\ \frac{24}{5} - \frac{\dots}{10} = 4,1$$

$$r)\ \frac{3}{2} + \frac{\dots}{8} = \frac{17}{8} \quad , \quad s)\ \frac{4}{\dots} + \frac{1}{9} = \frac{13}{9} \quad , \quad t)\ \frac{3}{2} - \frac{1}{12} = \frac{\dots}{\dots}$$

5. أنجز العمليات.

$$a)\ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \quad , \quad b)\ 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{27}$$

$$c)\ \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \times \frac{5}{3} + \frac{0,3}{5} \times \frac{1}{0,4} \quad , \quad d)\ \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times \frac{10}{11}$$

6. احسب واكتب النّاتج على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$v)\ \frac{11}{9} - \frac{2}{3} \times \left(\frac{5}{9} + \frac{7}{9}\right) \quad , \quad w)\ \frac{0,12}{0,03} \times \frac{0,9}{0,18} + \frac{0,3}{1,8} \times \frac{0,54}{0,36}$$

7. يبيّن الجدول أدناه الوقت الذي خصّصه محمّد للمراجعة اليومية خلال أسبوع لمادّة الرّياضيات.

اليوم	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس	السابع
الوقت المخصّص	ساعة ونصف	ساعة وثلاثة ارباع	لاشيء	ساعة ونصف	ساعة وثلاثة ارباع	نصف اليوم الاول	ضعف اليوم الثاني

أ) اكتب على شكل كسر الوقت المخصّص لكل يوم.
ب) احسب وقت المراجعة الأسبوعيّة لهذه المادّة بطريقتين.

أصحيح أم خطأ ؟ ناتج السلسلة $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{100000} + \frac{1}{1000000}$ هو 1,111111

حلول التمارين

.1 $\frac{0,004}{0,15}$ ، $\frac{1}{0,6}$ ، $\frac{1,29}{16}$ ، $\frac{9,1}{3}$ ، $\frac{12}{35}$

.2 $a)\ \frac{8}{7}$ ، $b)\ \frac{12,5}{0,2}=\frac{125}{2}$ ، $c)\ \frac{11}{30}+\frac{17}{30}=\frac{28}{30}=\frac{14}{15}$

$d)\ \frac{0,4}{9}-\frac{0,3}{9}=\frac{0,1}{9}$ ، $e)\ \frac{2}{15,3}$ ، $f)\ \frac{5,9}{0,24}$

.3 الكسر الّذي يعبرّ عماّ خصصّه لزراعة القمح هو: $\frac{1}{2}$

الكسر الّذي يعبرّ عماّ خصصّه لزراعة الحمّص هو: $\frac{3}{8}$

ماخصصّه لزراعة العدس: $1-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{8}\right)=1-\left(\frac{4\times1+3}{8}\right)=1-\frac{7}{8}=\frac{8}{8}-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

.4

$x)\ \frac{26}{5}-\frac{9}{5}=\frac{17}{5}$ ، $y)\ \frac{12}{7}+\frac{2,7}{7}=2,1$ ، $z)\ \frac{24}{5}-\frac{7}{10}=4,1$

$r)\ \frac{3}{2}+\frac{\cdots}{8}=\frac{12}{8}+\frac{5}{8}=\frac{17}{8}$ ، $s)\ \frac{4}{3}+\frac{1}{9}=\frac{13}{9}$ ، $t)\ \frac{3}{2}-\frac{1}{12}=\frac{3\times6-1}{12}=\frac{17}{12}$

.5 $a)\ \frac{1\times8+1\times4+1\times2+1}{8}=\frac{15}{8}$ ، $b)\ \frac{1\times27-1\times9-1\times3-1}{27}=\frac{14}{27}$

$c)\ \frac{1}{2}-\frac{5}{12}+\frac{0,3}{2}=\frac{1\times6-5+0,3\times6}{12}=\frac{2,8}{12}=\frac{0,7}{3}$

$d)\ \frac{2\times4\times\overline{6}\times8\times\overline{\overline{10}}}{\overline{3}\times\overline{\overline{5}}\times7\times9\times11}=\frac{2\times4\times2\times8\times2}{1\times1\times7\times9\times11}=\frac{256}{693}$

$v)\ \frac{11}{9}-\frac{2}{3}\times\frac{12}{9}=\frac{11}{9}-\frac{8}{9}=\frac{11-8}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$w)\ \frac{0,12}{0,03}\times\frac{0,9}{0,18}+\frac{0,3}{1,8}\times\frac{0,54}{0,36}=4\times5+\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}=20+\frac{1}{4}=\frac{81}{4}$

.6 أ) خصصّ لليوم الأول وكذا الرابع $\frac{3}{2}h$ ، وللثاني وكذا الخامس $\frac{7}{4}h$ ، وللثالث $0h$،
ولليوم السادس $\frac{3}{4}h$، ولليوم السابع $\frac{7}{2}h$.

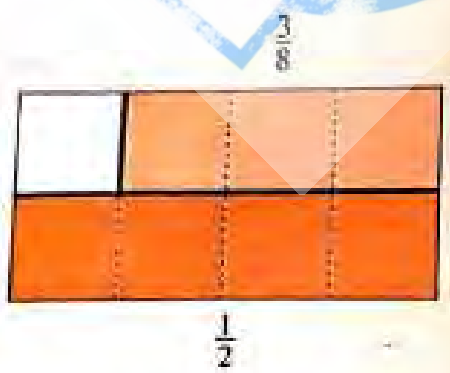
ب) $ط_1)\ 2\times\frac{3}{2}+2+\frac{7}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\times2\times\frac{7}{4}=\frac{43}{4}$ ومنه الوقت هو $\frac{43}{4}h$ أي $10h\ 45mn$

$ط_2)$

$$1h30mn+1h45mn+1h30mn+1h45mn+\frac{1}{2}(1h30mn)+2(1h45mn)=$$
$$1h30mn+1h45mn+1h30mn+1h45mn+45mn+3h30mn=10h45mn$$

إرشادات وتوجيهات

- عند إجراء العمليةّ نختزل إن أمكن.
- في c ننجز أولاً العمليات المدرجة في كلّ من البسط والمقام.



- في $y)$ نبدا بإستبدال 2,1 بـ $\frac{14,7}{7}$
- في $z)$ نبدا بإستبدال 4,1 بـ $\frac{41}{10}$
- في كل من $r)$ و $t)$ نبدا بتوحيد مقامات الكسور.
- في $s)$ نبدا بكتابة $\frac{13}{9}=\frac{12}{9}+\frac{1}{9}$
- نوحدّ مقامي الكسرين قبل إجراء العمليةّ.
- نوحدّ مقامات الكسور قبل إجراء العمليةّ.
- لضرب عدةّ كسور، نضرب بسوطها ونضرب مقاماتها.
- في d يمكن أن نختزل أولا ثم نجري العمليةّ.
- لاحظ أن.

$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ ، $1+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{4}$ ، $2\times\left(\frac{7}{4}\right)=\frac{7}{2}$

متوسطة حي واد البوني

الأعداد النسبية (1)

الكفاءات المستهدفة

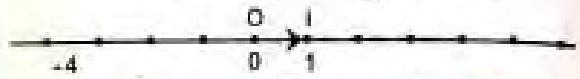
- قراءة فاصلة نقطة معلومة أو تعليم نقطة ذات فاصلة معلومة على مستقيم مدرج.
- قراءة إحداثي نقطة معلومة أو تعليم نقطة ذات إحداثيين معلومين في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

مكتسبات

- الأعداد النسبية.
- مستقيم المدرّج، والتّعليم عليه باستعمال أعداد صحيحة نسبيّة

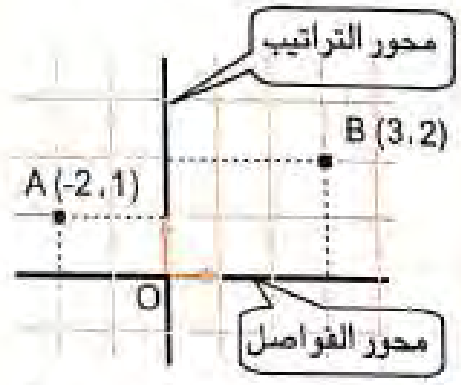
ما يلزمك معرفته

1 كلّ نقطة من مستقيم مدرّج تعلّم بعدد نسبيّ يسمى فاصلتها



- النقطة O تسمّى مبدأ التّدريج، فاصلتها 0.
- طول القطعة $[OI]$ يسمّى وحدة التّدريج.
- المستقيم المدرّج ذو المبدأ O يسمّى محوراً مبدؤه O.

2 المحوران المتعامدان اللّذان لهما نفس المبدأ ونفس وحدة التّدريج يعيّنان معلماً متعامداً ومتجانساً. يسمّى المحور الأفقيّ محور الفواصل والآخر محور التراتيب.



3 كلّ نقطة من مستو مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس تعلّم بعددين أحدهما على المحور الأفقي يسمّى فاصلتها، والآخر على المحور العموديّ يسمّى ترتيبها $A(-2,1)$

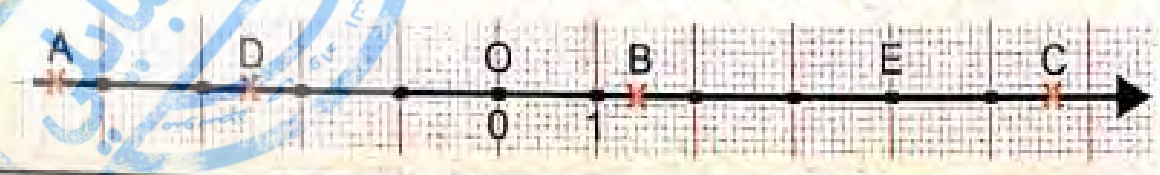
الفاصلة — التّرتيب

إجراءات وتقنيات

- $A(-3,2)$ نكتب $x_A=-3$ ، $y_A=2$

تمارين

1. لاحظ الشكل وأكمل الجدول أدناه.



النقطة	A	B	C	D	E
فاصلتها					

2. ارسم مستقيماً مدرّجاً مبدؤه O وطول وحدته 1cm. علّم النقط A، B، C، D، E التي فواصلها على الترتيب هي: 1 ، $-3,6$ ، 6 ، $3,4$ ، -1.

3. ارسم مستقيماً مدرّجاً مبدؤه O وطول وحدته 1cm. علّم النقط I، E، F، D التي فواصلها على الترتيب هي: $1,5$ ، 3 ، $4,5$ ، $-4,5$.
   أ) نغيّر وحدة التدريج ونأخذها تساوي 1,5 cm.
   ما هي عندئذ فواصل النقط O، I، E، F، D ؟
   ب) نعتبر – في هذا الجزء – النقطة I مبدأ التّدريج، وطول وحدته 1,5 cm.
   ما هي فواصل النقط O، I، E، F، D في التدريج الجديد ؟

4. أ) ارسم معلماً متعامداً ومتجانساً مبدؤه O ، ثم علّم النقط:
   $A(-2,1)$ ، $B(1,4)$ ، $C(4,1)$ ، $D(0,3)$ ، $E(-3,0)$.
   ب) علم النقطة M منتصف $[BC]$ وعين إحداثييها.
   جـ) المستقيم (D_1) يعامد (EB) ويشمل النقطة E و المستقيم (D_2) يعامد (CB) و يشمل النّقطة C. عين إحداثيي F نقطة تقاطع (D_1) و (D_2).

5. أ) ارسم معلماً متعامداً ومتجانساً وعلّم النّقطتين: $A(-2,4)$ ، $M(1,1)$.
   ب) أنشا المربّع $ABCD$ الّذي مركز تناظره النّقطة M .
   جـ) عين إحداثيات كل من النّقط B ، C ، D.

6. أ) ارسم معلماً متعامداً ومتجانساً وعلّم النّقط:
   $L(-2,3)$ ، $B(1,-2)$ ، $M(-3,-2)$ ، $K(3,1)$.
   ب) النّقطتان L' ، B' نظيرتا النّقطتين L ، B بالنسبة إلى محور التّراتيب والنّقطتان M' ، K' نظيرتا النّقطتين M ، K بالنسبة إلى محور الفواصل.
   أنشئ النّقط L'، B'، M'، K'، وعيّن إحداثيي كلّ منها.
   ج) اوجد العلاقة بين إحداثي نقطة ونظيرتها بالنّسبة إلى محور التّراتيب، وكذا بالنّسبة إلى محور الفواصل.

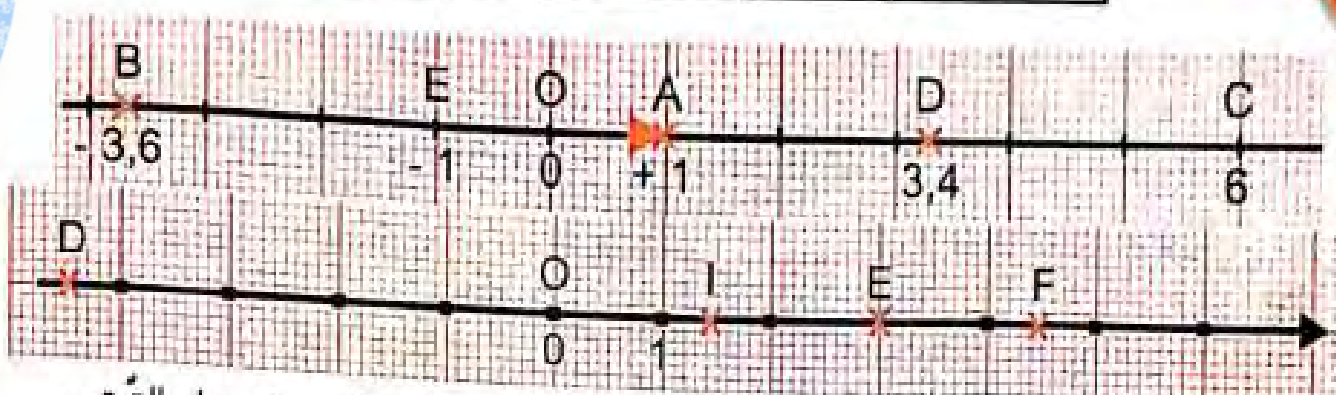
أصحيح أم خطأ ؟ كلّ مستقيمين مدرّجين ومتعامدين يعيّنان معلما متعامدا ومتجانسا للمستوي.

حلول التمارين

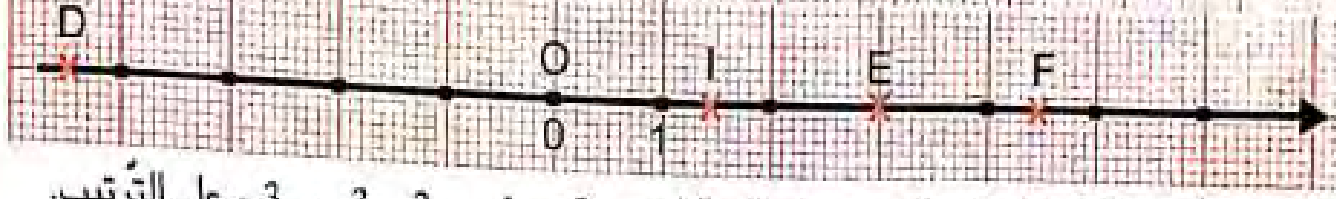
1.

النقطة	A	B	C	D	E
فاصلتها	$-4,5$	$1,5$	6	$-2,5$	4

2.



3.



أ) فواصل النقط O، I، E، F، D في هذه الحالة هي: 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، -3 على التّرتيب.

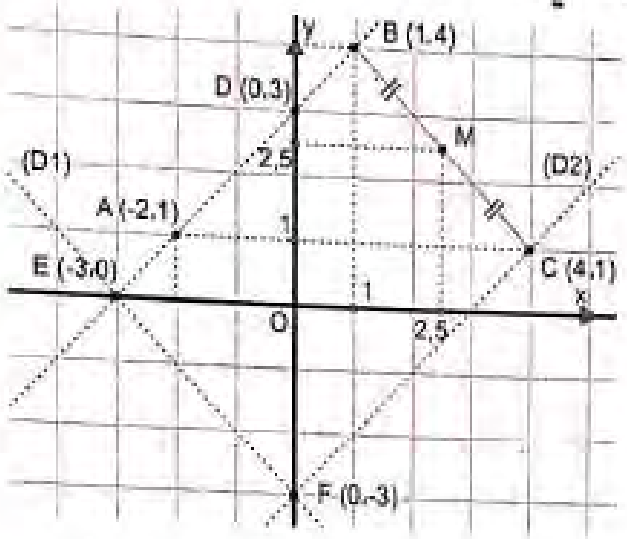
ب) فواصل النقط O، I، E، F، D في التدريج الجديد هي: -1 ، 0 ، 1 ، 2 ، -4 على التّرتيب.

4. ب) النقطة M منتصف $[BC]$

إحداثياها : $(2,5 ، 2,5)$

ج) F نقطة تقاطع (D_1) و (D_2)

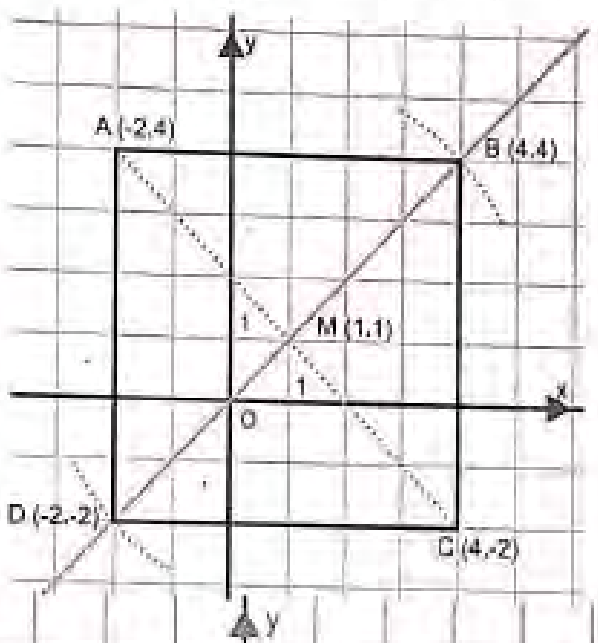
إحداثياها هما: $(0 ، -3)$



5. ب) لإنشاء المربّع $ABCD$ الذي مركز تناظره النقطة M، يمكن رسم المستقيم العموديّ على (AM) في النقطة M والدّائرة التي مركزها النقطة M ونصف قطرها MA تقطع هذا المستقيم في النقطتين B، D، كما تقطع (AM) في النقطة C.

ج) إحداثيتا كلّ من النقط C، D، B هي:

$B(4 ،4)$ ، $C(4،-2)$ ، $D(-2 ،-2)$

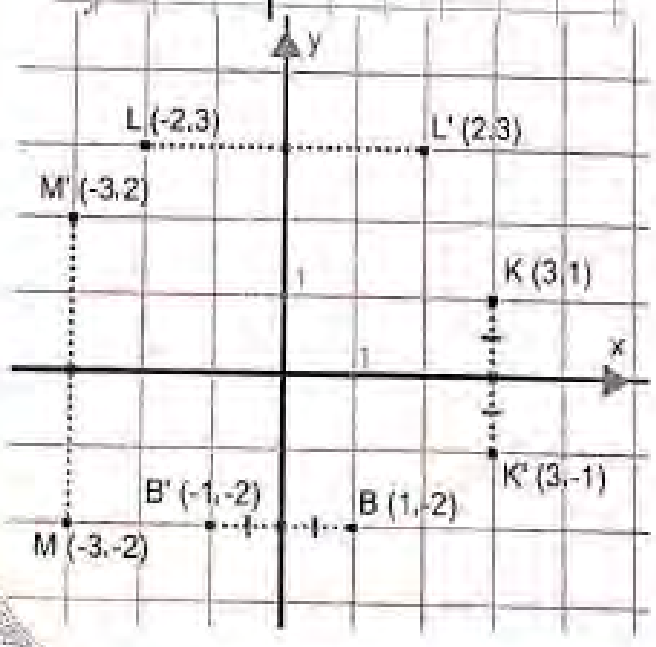


6. ب) إحداثيا كلّ من النقط L'، B'، M'، K'، هي:

$L'(2 ،3)$ ، $B'(-1 ،-2)$

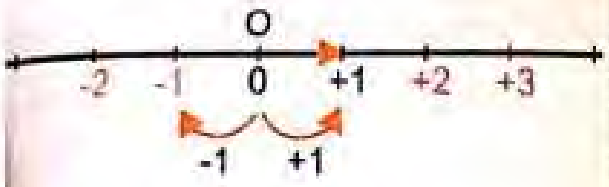
$M'(-3 ،2)$ ، $K'(3 ،-1)$

ج) للنقطة ونظيرتها في التّناظر بالنّسبة إلى محور الفواصل نفس الفاصلة وترتيبان متعاكسان، وفي التّناظر بالنسبة إلى محور التّراتيب نفس التّرتيب وفاصلتان متعاكستان



إرشادات وتوجيهات

- نوجّه المحور الأفقي من اليسار إلى اليمين.
- ننطلق من صفر عند المبدأ، ونزيد واحدا كلّ تدريجة إلى اليمين، وننقص واحدا كلّ تدريجة إلى اليسار.



- تتغيّر فاصلة نقطة كلّما غيّرنا المبدأ أو وحدة التدريج.
- نوجّه المحور العموديّ من الأسفل إلى الأعلى.
- M نقطة إحداثياها $(a ،0)$ معناه M تنتمي إلى محور الفواصل.
- M نقطة إحداثياها $(0،b)$ معناه M تنتمي إلى محور التّراتيب.
- النّقطتان اللّتان لهما نفس الفاصلة وترتيبان متعاكسان متناظرتان بالنسبة إلى محور الفواصل.
- النّقطتان اللّتان لهما نفس التّرتيب وفاصلتان متعاكستان متناظرتان بالنّسبة إلى محور التّراتيب.

الإجابة خطأ، لأنه يلزم أن يكون المستقيمين لهما نفس وحدة التّدريج.

الكفاءات المستهدفة

- المقارنة بين عددين نسبيين.
- ترتيب أعداد نسبية تصاعديا (أو تنازليا).

مكتسبات

- تعليم نقطة على مستقيم مدرّج.

ما يلزمك معرفته

1. المسافة إلى الصفر

A نقطة فاصلتها x من محور مبدؤه O المسافة إلى الصفر للعدد x هي طول القطعة $[OA]$.

حالة x موجب

حالة x سالب

2

- كلّ عدد موجب غير معدوم أكبر من الصفر. a موجب نكتب $a > 0$.
- كلّ عدد سالب غير معدوم أصغر من الصفر. b سالب نكتب $b < 0$.
- كل عدد موجب غير معدوم أكبر من كل عدد سالب غير معدوم.
  a موجب و b سالب نكتب $a > b$.
- أكبر عددين موجبين هو الذي له أكبر مسافة إلى الصفر.
- أكبر عددين سالبين هو الذي له أصغر مسافة إلى الصفر.
- ترتيب الأعداد تصاعدياً هو ترتيبها من الأصغر إلى الأكبر.
- ترتيب الأعداد تنازلياً هو ترتيبها من الأكبر إلى الأصغر.

إجراءات وتقنيات

- تبعا لتوجيه المحور كلّ عدد أصغر من الذي يليه.

$b < a < o < d < c$

- لترتيب عدّة أعداد نسبيّة نقوم بفرز الأعداد الموجبة والأعداد السّالبة ونقارنها فيما بينها ثم ننجز التّرتيب المطلوب.

تمارين

1. عيّن أكبر العددين في كل حالة من الحالات الآتية.

$a)$ $0{,}01$ ، $0{,}1$	$c)$ $-5{,}6$ ، $-6{,}5$
$b)$ $12{,}36$ ، $-21{,}49$	$d)$ -101 ، $1{,}01$

2. ضع أحد الرّمزين $>$ ، $<$ في المكان المناسب:

$a)$ $-0{,}14 \ldots -1{,}14$	$d)$ $-0{,}001 \ldots -0{,}009$
$b)$ $-10{,}10 \ldots 0{,}1$	$e)$ $315 \ldots -316$
$c)$ $-8{,}45 \ldots -10$	$f)$ $0{,}975 \ldots 0{,}899$

3. اذكر العدد الصّحيح النّسبيّ المحصور بين العددين a و b في كل حالة من الحالات الآتية.

1) $a = 25{,}9$ ، $b = 24{,}01$ ، 3) $a = -3{,}1$ ، $b = -4{,}3$

2) $a = -0{,}7$ ، $b = 0{,}001$

4. A و B و C و D نقط من مستقيم مدرّج، فواصلها على الترتيب هي:

$-6{,}1$ ، $-6{,}9$ ، $-6{,}5$ ، $-6{,}3$.

أي من النّقط B و C و D هي أقرب إلى النّقطة A ؟

5. أ) في كل حالة من الحالتين الآتيتين عيّن أربعة أعداد نسبيّة محصورة بين العددين a و b:

1) $a = 7$ ، $b = 7{,}4$ ، 2) $a = -1{,}1$ ، $b = -3{,}12$

ب) هل يمكن تعيين جميع الأعداد النسبية المحصورة بين العددين a و b في الحالتين 1 و 2.

6. رتّب تصاعدياً الأعداد في كل من a و b :

$a)$ $4{,}1$ ، $-3{,}2$ ، $2{,}9$ ، $-12{,}4$ ، $8{,}6$ ، -11 ، $-0{,}2$ ، $0{,}1$

$b)$ $-0{,}01$ ، $-1{,}01$ ، $0{,}01$ ، $-0{,}001$ ، $0{,}002$ ، $-0{,}02$ ، $-1{,}001$ ، $0{,}03$ ، $-1{,}3$

أصحيح أم خطأ ؟ لا يوجد عدد نسبي محصور بين 0,2 و 0,1 ، لأنه لا يوجد عدد طبيعي بين 2 و 3.

حلول التمارين

1.

a) 0,1 اكبر من 0,01

b) 12,36 اكبر من 21,49−

c) 5,6 − اكبر من 6,5−

b) 1,01 اكبر من 1,01−

2.

a) $-0,14 > -1,14$

b) $-10,10 < 0,1$

c) $-8,45 > -10$

d) $-0,001 > -0,009$

e) $315 > -316$

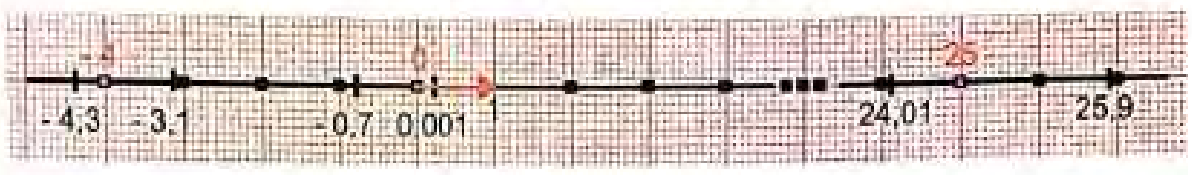
f) $0,975 > 0,899$

3. العدد الصّحيح النّسبيّ المحصور بين 25,9 و 24,01 هو 25.

وبين 0,7− و 0,001 هو 0.

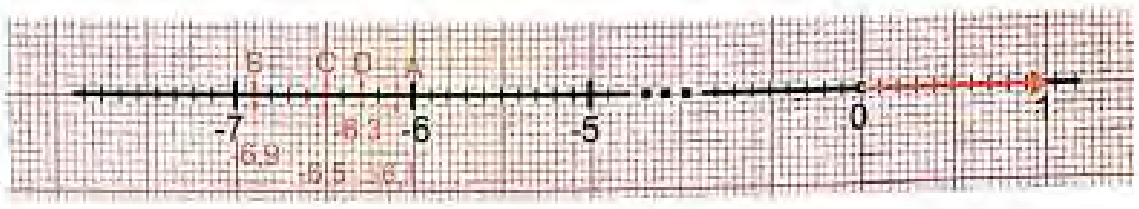
وبين 3,1− و 4,3− هو 4−.

لاحظ أنّ:



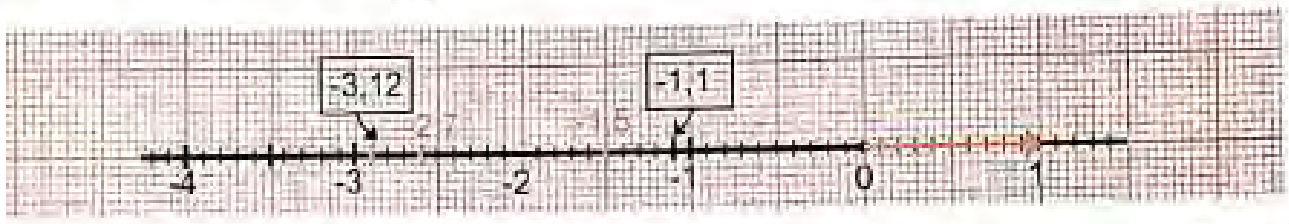
4. أقرب نقطة إلى النّقطة A هي النّقطة D.

لاحظ أنّ:



5. أ) 1) أعداد محصورة بين العددين 7 ، 7,4 هي: 7,12 ، 7,3 ، 7,2 ، 7,1.

2) أعداد محصورة بين العددين 3,12− ، 1,1− هي: 1,5− ، 2− ، 2,7− ، 3−.



ب) في كلّ من الحالتين 1 و 2 لا يمكن تعيين جميع الأعداد النسبية المحصورة بين العددين a و b.

6. a) نفرز الأعداد الموجبة والأعداد السّالبة، ثمّ:

- نرتّب الأعداد الموجبة: $0,1 < 2,9 < 4,1 < 8,6$
- نرتّب الأعداد السّالبة: $-12,2 < -11 < -3,2 < -0,2$

والتّرتيب المطلوب هو:

$-12,2 < -11 < -3,2 < -0,2 < 0,1 < 2,9 < 4,1 < 8,6$

b) بنفس الطّريقة نجد:

$-1,3 < -1,01 < -1,001 < -0,02 < -0,01 < -0,001 < 0,002 < 0,01 < 0,03$

ارشادات وتوجيهات

- نحدّد إشارة العددين أولا ثم نقارن بينهما.
- عندما نبدل بين طرفي متباينة يتغيّر اتّجاهها، مثلاً يمكن كتابة: $315 > -316$ على الشكل $-316 < 315$
- لاحظ أنّ: $24,01 < 25 < 25,9$ و $-0,7 < 0 < 0,001$ و $-4,3 < -4 < -3,1$
- يمكن المقارنة بين المسافة إلى الصّفر لكل من الأعداد 6,1− 6,9− 6,5− 6,3− وملاحظة أنّ أصغرها هي 6,1 الخاصّة بالنّقطة A، تليها 3,6 الخاصّة بالنّقطة D.
- يمكن الاستعانة بمحور، انظر الشكل المجاور الّذي وُظّفَ في الحالة (2)
- لاحظ أنه توجد أعداد أخرى بين العددين 7 ، 7,4 مثل: 7,23 ، 7,121 ، 7,1032 ، ...
- يمكن إجراء التّرتيب مباشرة دون المرور بمرحلة الفرز.

الإجابة خطأ، بل توجد مجموعة غير منتهية من الأعداد النّسبية كلٌّ منها محصور بين 0,2 و0,3، خذْ 0,21 مثلاً.

الأعداد النسبية (3)

الكفاءات المستهدفة

• جمع وطرح عددين نسبيين.

مكتسبات

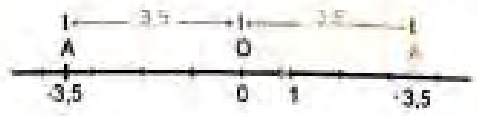
• جمع وطرح عددين عشريّين.

ما يلزمك معرفته

1 العددان المتعاكسان

• العددان a و$-a$ متعاكسان: أي لهما نفس المسافة إلى الصفر، وإشارتان مختلفتان.

• العددان المتعاكسان هما فاصلتان لنقطتين متناظرتين بالنّسبة إلى المبدأ والعكس.



2 جمع وطرح عددين

• لجمع عددين نسبيّين من نفس الإشارة نجمع مسافتيهما إلى الصفّر ونسبق النّاتج بالإشارة المشتركة.

• لجمع عددين نسبيّين مختلفين في الإشارة نحسب الفرق بين مسافتيهما إلى الصفّر، ونسبق النّاتج بإشارة العدد الأكبر مسافة إلى الصفّر.

مجموع عددين متعاكسين يساوي صفرا.

• لطرح عدد نسبيّ نضيف معاكسه

$$a-b=a+(-b)$$

إجراءات وتقنيات

لحساب الفرق $(-5)-(3)$ نحوّله إلى مجموع بإضافة معاكس3، فنكتب: $(-5)-(3)=(-5)+(-3)=-8$

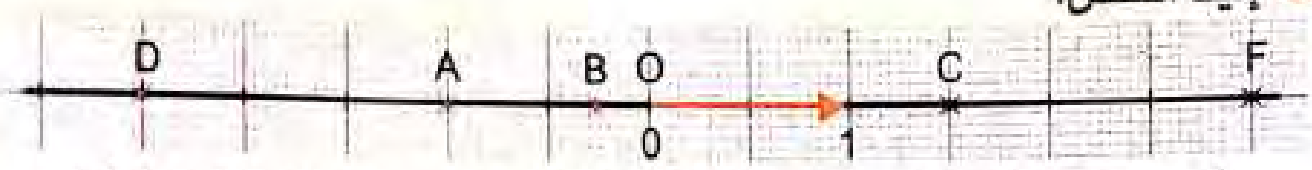
• تبسيط كتابة

$(+2)-(-3)=2+3$	$(+2)+(+3)=2+3$
$(-2)-(+3)=-2-3$	$(+2)-(+3)=2-3$
$(-2)-(-3)=-2+3$	$(+2)+(-3)=2-3$

تمارين

1. ارسم مستقيماً مدرّجاً مبدؤه O وطول وحدته 1cm، علّم النّقطتين A، B اللّتين فاصلتاهما 5 و $-3,5$ على التّرتيب. النّقطتان A'، B' نظيرتا النّقطتين A، B بالنسبة إلى النّقطة O. أنشئ كلاً من النقطتين A'، B'، وعيّن فاصلة كلّ منهما.

2. إليك الشكل.



عيّن فاصلة كلّ نقطة من النقط A،B،C،D،F. واستنتج النقط المتناظرة بالنسبة إلى النقطة O.

3. احسب كلاً مما يأتي.

$a)\ (+45)+(+55)$	$d)\ (-23)+(-45)$
$b)\ (+564)+(+5,28)$	$e)\ (-41)+(-6,41)$
$c)\ (+10,24)+(+12,26)$	$f)\ (-2,3)+(-4,5)$

4. احسب كلاً مما يأتي.

$r)\ (+9)+(-13)$	$u)\ (+146,35)+(-167,235)$
$s)\ (+10,62)+(-10,62)$	$v)\ (-54)+(+60)$
$t)\ (+0,24)+(-0,05)$	$l)\ (-0,01)+(+0,01)$

5. حوّل كلاً من الفروق الآتية إلى مجموع، ثمّ احسبه:

$l)\ (+25)-(+18)$	$n)\ (-3,75)-(-1,25)$
$m)\ (+42)-(-36,5)$	$k)\ 0-(-5,385)$

6. إملأ الفراغات بإحدى الإشارتين + ، − بحيث تكون المساواة صحيحة:

$a)\ (...24)+(...15)=-9$	$c)\ (...13)-(...41)=+28$
$b)\ (...0,23)-(...1,54)=-1,31$	$d)\ (-63,34)-(...52,64)=...115,98$

7. احسب كلاً مما يأتي.

$i=9-5$	$k=-0,23-1,85$	$s=24+13,7$
$j=5-9$	$r=-24+13,7$	

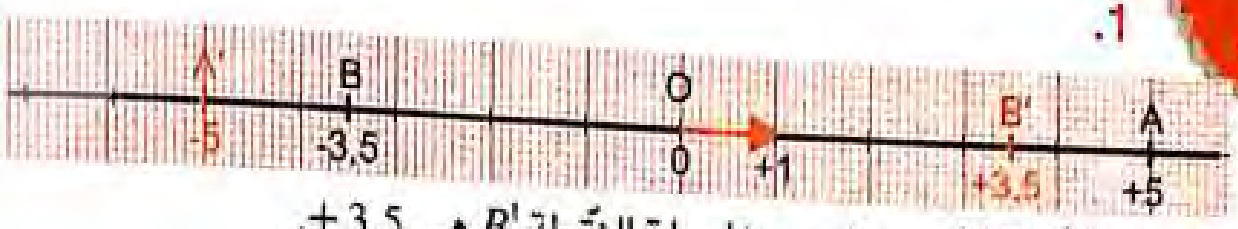
8. أكمل الفراغات الآتية بحيث تكون المساواة صحيحة.

$a)\ 7+...=21$	$c)\ ...+(-3)=-1,5$	$e)\ ...-1,4=-5$
$b)\ (-6)+...=-11$	$d)\ ...+(-4,2)=-7,4$	

أصحيح أم خطأ ؟ 1) مجموع عددين سالبين سالب 2) فرق كل عددين سالبين سالب

حلول التمارين

.1



فاصلة النقطة 'A هي 5– ، فاصلة النقطة 'B هي 3,5+.

.2 فواصل النقط A,B,C,D,F هي:

$x_A=-1,5$ ، $x_B=-0,5$ ، $x_C=1,5$ ، $x_D=-3$ ، $x_F=3$

النقط المتناظرة بالنسبة إلى النقطة O هي: A و C متناظرتان.

وكذلك D و F متناظرتان.

.3

$a)\ (+45)+(+55)=+100$

$b)\ (+564)+(+5,28)=+569,28$

$c)\ (+10,24)+(+12,26)=+22,5$

$d)\ (-2,3)+(-4,5)=-6,8$

$e)\ (-41)+(-6,41)=-47,41$

$f)\ (-23)+(-45)=-68$

.4

$r)\ (+9)+(-13)=-4$

$s)\ (+10,62)+(-10,62)=0$

$t)\ (+0,24)+(-0,05)=-0,19$

$u)\ (+146,35)+(-167,235)=-20,885$

$v)\ (-54)+(+60)=+6$

$l)\ (-0,01)+(+0,01)=0$

.5

$l)\ (+25)-(+18)=(+25)+(-18)=+7$

$m)\ (+42)-(-36,5)=(+42)+(+36,5)=+78,5$

$n)\ (-3,15)-(-1,25)=(-3,75)+(+1,25)=-2,5$

$k)\ 0-(-5,385)=0+(+5,385)=+5,385$

.6

$a)\ (-24)+(+15)=-9$

$b)\ (+0,23)-(-1,54)=-1,31$

$c)\ (-13)-(-41)=+28$

$d)\ (-63,34)-(+52,64)=-115,98$

.7

$i=9-5=4$ | $j=5-9=5+(-9)=-4$

$k=-0,23-1,85=-0,23+(-1,85)=-2,08$ | $r=-24+13,7=-10,3$

$s=24+13,7=37,7$

.8

$a)=7+14=21$

$b)=(-6)+(-5)=-11$

$c)\ 1,5+(-3)=-1,5$

$d)\ (-3,2)+(-4,2)=-7,4$

$e)\ -3,6-1,4=-5$

إرشادات وتوجيهات

- العددان 5 و5– متعاكسان، وكذلك 3,5– و 3,5 متعاكسان. لاحظ أنّ العددين 5 و5– لهما نفس المسافة إلى الصفر، وإشارتان مختلفتان. كذلك بالنسبة إلى العددين 3,5– و 3,5.
- للنقطتين A و C فاصلتان متعاكستان، وكذلك للنقطتين D و F
- مجموع عددين موجبين هو عدد موجب.
- مجموع عددين سالبين هو عدد سالب.
- مجموع عددين متعاكسين معدوم.
- نحوّل الفرق إلى مجموع بإضافة معاكس العدد المطروح.
- نبدأ بتحديد العلاقة بين المسافة إلى الصفر للنتيجة ومسافتي حدّي المجموع أو الفرق.

- في التمرين (7) يمكن تطبيق الآلية الآتية:

إذا كان أمام الجزءين العدديّين نفس الإشارة، نكتبها ثمّ نجمع الجزءين العدديّين

إذا كان أمام الجزءين العدديين إشارتان مختلفتان، نكتب الإشارة التي أمام الجزء العددي الأكبر، ثمّ نحسب الفرق بين الجزءين العدديّين.

الإجابة 1) صحيح. 2) خطأ

الكفاءات المستهدفة

- حساب مجموع جبري.
- حساب المسافة بين نقطتين ذات فاصلتين معلومتين على مستقيم مدرج.

مكتسبات

- جمع وطرح عددين نسبيين.
- التّعليم على مستقيم مدرّج.

ما يلزمك معرفته

① المجموع الجبري

المجموع الجبري هو سلسلة عمليات جمع أو طرح أعداد نسبية.

- تبسيط كتابة مجموع جبري.
- لتبسيط كتابة مجموع جبري.

1- نحوله إلى سلسلة عمليات جمع فقط بإضافة معاكس كلّ عدد مطروح.

2- نحذف إشارات الزائد والأقواس.

حساب مجموع جبري

- لحساب مجموع جبري نكتبه على الشكل المبسط، ثم نجمّع الأعداد الموجبة معا والأعداد السالبة معا وننجز الحساب

② المسافة بين نقطتين

- المسافة بين نقطتين A، B هي طول القطعة $[AB]$، ونرمز لها بـ AB أو BA.
- لحساب المسافة بين نقطتين A و B من مستقيم مدرّج فاصلتاهما a ، b على التّرتيب نحسب الفرق:

$\boxed{b-a}$ في حالة $b \geq a$

أو

$\boxed{a-b}$ في حالة $a \geq b$

إجراءات وتقنيات

- في حساب مجموع جبري مكتوب على الشكل المبسط إذا وُجد عددان متعاكسان نبدأ بحذفهما لأنّ مجموعهما يساوي صفرا.
- A و B نقطتان من مستقيم مدرّج نحسب المسافة AB من العلاقة:

"أصغر الفاصلتين" − "أكبر الفاصلتين" = AB

تمارين

1. اكتب كلاً من المجاميع الآتية على الشكل المبسّط، ثمّ احسبها

$a=(-12)+(+31)+(+21)$ ، $b=(+1,2)+(-1,3)+(-1,4)+(+1,5)$

$c=(+0,21)+(-0,13)+(+0,12)+(-0,42)+(-0,31)+(+0,13)$

2. اكتب كلاً من المجاميع الآتية على الشكل المبسّط، ثمّ احسبها.

$a=(-3)+(+2)-(-7)-(+5)$ ، $b=(+7,2)-(-4,5)+(+10)-(+20,3)$

$c=(-54)-(-24)-(+23)-(-53)$

$d=(+1,7)+(-3,15)-(+2,4)-(-5,55)+(+3,15)-(-2,22)$

3. احسب كلاً مما يأتي:

$m=-0,2-0,02-0,003+1$ | $k=4-9+7-2$

$n=3,4-3+6,6-2,5$ | $l=-23+13,2-4,3-0,5$

4. احسب كلاً مما يأتي:

$i=-1-(7-9)-0,6$ ، $j=(-8)-(-3+(12-(-5)))$

$k=(-10,8)-(1,25-(-2,54))-((-4,04-(-3,94))$

5. أ) علّم، على مستقيم مدرّج بالسنتيمتر مبدؤه النّقطة O، النقط A،B،C،D التي فواصلها على الترتيب هي: $-4,5$ ، 3 ، -1 ، $5,5$.

ب) احسب الأطوال: BD ، OB ، BC ، AB.

6. أ) علّم، على مستقيم مدرّج بالسّنتيمتر مبدؤه النّقطة O، النقطة M التي فاصلتهما $-3,5$.

ب) النّقطة N فاصلتاها موجبة وتحقق: $MN=5$. احسب فاصلتها ثمّ علّمها.

ج) بيّن أنه توجد نقطة أخرى P من هذا المستقيم بحيث: $MP=5$ وعيّن فاصلتها.

7. تاجر متنقّل بحوزته دفتر يسجّل فيه بالدّينار الجزائري ثمن كلّ سلعة يبيعها أو يشتريها، وبعد أربع عمليات (شراء وبيع) وجد الجدول الآتي:

العملية	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة
ثمن المشتريات	−2550	−9487	−478,25	−4570
ثمن المبيعات	6582	5871	2785	4571,85
الحصيلة				

أ) أكمل الجدول.

ب) ما هي العمليّة التي خسر فيها ؟ وما هي العمليّة التي حقّق فيها أكبر ربح ؟

ج) في نهاية العمليّة الرّابعة وجد في صندوقه مبلغ 9850 DA. كم كان في الصّندوق في بداية العمليّة الأولى ؟

أصحيح أم خطأ ؟ $7-5-2 \neq 7-(5-2)$.

حلول التمارين

1. $a = -12+31+21 = -12+52 = 40$ ، $b = \underline{1,2} - 1,3 - 1,4 + \underline{1,5} = 2,7 - 2,7 = 0$

$c = 0,21 - \underline{0,13} + 0,12 - 0,42 - 0,31 + \underline{0,13} = 0,33 - 0,73 = -0,4$

2. $a = -3 + 2 + 7 - 5 = 9 - 8 = 1$

$b = 7,2 + 4,5 + 10 - 20,3 = 21,7 - 20,3 = 1,4$

$c = (-54) + (+24) + (-23) + (+53) = 54 + 24 - 23 + 53 = 77 - 77 = 0$

$d = 1,7 - \underline{3,15} - 2,4 - 5,55 + \underline{3,15} + 2,22 = 3,92 - 7,95 = -4,03$

3. $k = 4 - 9 + 7 - 2$
$= 11 - 11 = 0$

$l = -23 + 13,2 - 4,3 - 0,5$
$= 13,2 - 27,8 = -14,6$

$m = -0,2 - 0,02 - 0,003 + 1$
$= 1 - 0,223 = 0,777$

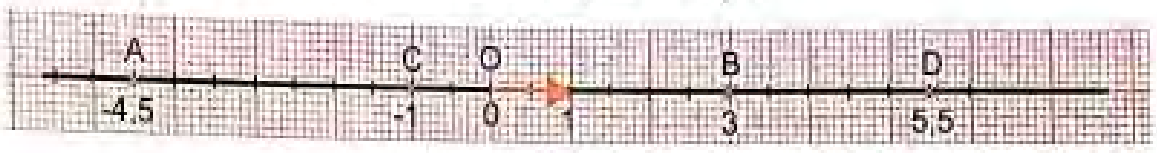
$n = 3,4 - 3 + 6,6 - 2,5$
$= 10 - 5,5 = 4,5$

4. $i = -1 + 2 - 0,6 = 0,4$

$j = (-8) - (-3 + (12+5)) = (-8) - (-3+17) = -8 - (+14)$
$= -8 - 14 = -22$

$k = (-10,8) - (1,25 + 2,54) - (-4,04 + 3,94) = (-10,8) - (+3,79) - (-0,1)$
$= -10,8 - 3,79 + 0,1 = -14,59 + 0,1 = -14,49$

5.



حساب الأطوال: $OB = 3 - 0 = 3$ ، $BD = 5,5 - 3 = 2,5$

$AB = 3 - (-4,5) = 7,5$ ، $BC = 3 - (-1) = 4$

6. أ)

ب) حساب فاصلة النقطة N:

نضع $MN = \ldots - (-3,5)$ ومنه $5 = \ldots - (-3,5)$ ثمّ نكمل الفراغ فنجد: $1,5 - (-3,5) = 5$ ومنه فاصلة النقطة N هي: $1,5$

ج) النقطة P نظيرة النقطة N بالنسبة إلى النقطة M تحقق: $MP = MN = 5$ وفاصلتها أصغر من فاصلة M، وتحسب من العلاقة: $-3,5 - \ldots = 5$. فنجد فاصلة النقطة P هي: $-8,5$

7. أ)

العملية	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة
ثمن المشتريات	− 2550	− 9487	− 478,25	− 4570
ثمن المبيعات	6582	5871	2785	4571,85
الحصيلة	4032	−3616	2306,75	1,85

ب) خسر في العمليةَ الثانية، وحقّق أكبر ربح في العمليةَ الأولى.

ج) لمعرفة كم كان في الصنّدوق في بداية العمليةَ الأولى نحسب السلسلة:

$9850 - (4032 + (-3616) + 2306,75 + 1,85)$

فنجد: 7125,4 DA

إرشادات وتوجيهات

- نبدأ بحساب مجموع العددين المتعاكسين، مثل: 0,13 و 0,13−
- لطرح عدد نسبيّ نضيف معاكسه.
- 3,15 و 3,15− متعاكسان مجموعهما يساوي صفرا.
- نجمع الأعداد الموجبة معًا، والأعداد السالبة معًا، ثمّ نكمل الحساب.
- عند حساب سلسلة عمليات تحتوي على أقواس، نبدأ بإجراء العمليةّ التّي هي داخل القوس.
- المسافة بين نقطتين تساوي أكبر فاصلة ناقص أصغر فاصلة.
- MN يساوي فاصلة النقطة N ناقص فاصلة النقطة M (لأنّ فاصلة النقطة N مفروضة موجبة فهي أكبر فاصلة النقطة M المعطاة سالبة)

فاصلة النقطة P أصغر من فاصلة النقطة M لأنّ النقطة P قبل النقطة M.

الإجابة صحيح، ويمكنك التأكد بحساب كلّ طرف.

10 المعـــادلات (1)

الكفاءات المستهدفة

- حلّ المعـادلات من الشكل $a+x=b$ ، $ax=b$ حيث a و b عددان معلومان و $a \neq 0$.
- اختبار صحّة مساواة تتضمّن عددا مجهولا (أو عددين مجهولين) عندما نستبدله بقيمة معلومة.

مكتسبات

- حساب سلسلة عمليات.

ما يلزمك معرفته

① مفهوم معادلة

- المعادلة هي مساواة تشمل مجهولا (أو أكثر).
- كلّ قيمة تحقّق المساواة تسمّى حلاً للمعادلة.

② حلّ معادلة

- حلّ معادلة هو إيجاد العدد المجهول الذي يحقّق المساواة.
- لحلّ المعادلة $a+x=b$ (ذات المجهول x) نضيف إلى طرفيها العدد $-a$.
- لحلّ المعادلة $ax=b$ (ذات المجهول x) حيث $a \neq 0$ نضرب طرفيها بالعدد $\frac{1}{a}$.

ملاحظة:

يرمز إلى المجهول بأحد الحروف مثل:

x ، y ، z ، b ، a ، c ...

اختبار صحة مساواة هو استبدال المجهول (أو المجاهيل) فيها بعدد (أو أعداد) وحساب قيمة كل طرف للتأكّد من صحّة أو عدم صحّة هذه المساواة.

إجراءات وتقنيات

لا تتغيّر مساواة إذا أضفنا إلى طرفيها نفس العدد.

لا تتغيّر مساواة إذا ضربنا طرفيها بنفس العدد غير المعدوم.

حلّ المعادلة $ax=0$ حيث $a \neq 0$ هو 0.

تمارين

1. أكتب كلاً من المساويات الآتية باستبدال العدد المجهول بحرف، ثمّ أوجد قيمة هذا المجهول.

1) $6 + ... = 13$

2) $... + 15 = 6$

3) $... + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$

4) $\frac{3}{7} + ... = \frac{1}{7}$

2. أكمل بالعدد المناسب بحيث تكون المساواة صحيحة.

$a)\ x + 9 + ... = x$ ، $b)\ -15,5 + ... + x = x$ ، $c)\ \frac{3}{8} + x + ... = x$

3. حلّ المعادلات الآتية:

1) $24 + x = 32$ ، 3) $y - 12,75 = -28,5$

2) $\frac{4}{3} + t = \frac{2}{3}$ ، 4) $-\frac{49,6}{5} + v = \frac{1}{0,1}$

4. اربط كلّ معادلة من المعادلات الآتية بحلّها.

$2,4 + x = 3,8$	$-3,25 + x = -1,75$	$\frac{0,7}{3} + x = \frac{0,4}{3}$	$x - \frac{1,3}{0,2} = -\frac{13}{2}$

$-0,1$	0	1,4	1,5

5. أكمل بالعدد المناسب بحيث تكون المساواة صحيحة.

$a)\ ... \times 7x = x$ ، $b)\ ... \times 5,5x = x$ ، $c)\ ... \times \frac{15}{4}x = x$

6. حلّ المعادلات الآتية.

1) $3x = 42$

2) $3y = 15,6$

3) $\frac{9}{7}z = 2$

4) $\frac{v}{1,4} = 5$

5) $\frac{k}{6} = \frac{0,5}{0,3}$

6) $\frac{1,2}{0,3}t = \frac{8}{5}$

7. هل $\frac{6}{7}$ حلّ لكلّ من المعادلتين. $a)\ \frac{8}{7}x = 2$ $b)\ \frac{1}{2}x = \frac{3}{7}$

8. مستطيل طوله $36,3cm$. وعرضه مجهول نرمز إليه بالرّمز x.

أ) عبّر عن نصف محيطه بدلالة x.

ب) إذا كان نصف محيطه $60,5cm$ ، فاحسب قيمة x.

9. مربّع طول ضلعه a، عبّر عن محيطه بدلالة a.

إذا علمت أنّ محيطه $108,8cm$، فاحسب قيمة a.

أصحيح أم خطأ ؟ المعادلة: $0,x = 0$ ليس لها حلّ.

حلول التمارين

.1
1) $6+\ldots=13$ تكتب $6+x=13$ ومنه $x=7$
2) $\ldots+15=6$ تكتب $y+15=6$ ومنه $y=-9$
3) $\ldots+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ تكتب $t+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ ومنه $t=\frac{3}{5}$
4) $\frac{3}{7}+\ldots=\frac{1}{7}$ تكتب $\frac{3}{7}+t=\frac{1}{7}$ ومنه $t=-\frac{2}{7}$

.2
$a)\ x+9+(-9)=x$ ، $b)\ -15,5+15,5+x=x$ ، $c)\ \frac{3}{8}+x+\left(-\frac{3}{8}\right)=x$

.3
1) $x=32-24$ ومنه $x=8$
2) $t=\frac{2}{3}-\frac{4}{3}$ ومنه $t=-\frac{2}{3}$
3) $y=-28,5+12,75$ ومنه $y=-15,75$
4) $v=-\frac{1}{0,1}+\frac{49,6}{5}$ ومنه $v=-\frac{0,4}{5}$

.4

$2,4+x=3,8$	$-3,25+x=-1,75$	$\frac{0,7}{3}+x=\frac{0,4}{3}$	$x-\frac{1,3}{0,2}=-\frac{13}{2}$

$-0,1$	0	$1,4$	$1,5$

.5
$a)\ \frac{1}{7}\times 7x=x$ ، $b)\ \frac{1}{5,5}\times 5,5x=x$ ، $c)\ \frac{4}{15}\times\frac{15}{4}x=x$

.6
1) $x=\frac{42}{3}$ ومنه $x=14$
2) $y=\frac{15,6}{3}$ ومنه $y=5,2$
3) $z=2\times\frac{7}{9}$ ومنه $z=\frac{14}{9}$
4) $v=1,4\times 5$ ومنه $v=7$
5) $k=\frac{0,5}{0,3}\times 6$ ومنه $k=10$
6) $t=\frac{8}{5}\times\frac{0,3}{1,2}$ ومنه $t=\frac{2}{5}$

.7
$a)$ بتعويض x بالعدد $\frac{6}{7}$ نجد $\frac{8}{7}+\frac{6}{7}=\frac{14}{7}=2$ ومنه $\frac{6}{7}$ حلاً للمعادلة $\frac{8}{7}+x=2$
$b)$ بتعويض x بالعدد $\frac{6}{7}$ نجد $\frac{1}{2}\times\frac{6}{7}=\frac{6}{14}=\frac{3}{7}$ ومنه $\frac{6}{7}$ حلاً للمعادلة $\frac{1}{2}x=\frac{3}{7}$

.8 أ) لدينا نصف المحيط يساوي $x+36,3$
ب) لدينا $x+36,3=60,5$ ومنه $x=60,5-36,3$ أي $x=24,2cm$

.9 محيط المربّع بدلالة a هو $4a$
لدينا $4a=108,8$ ومنه $a=27,2cm$

إرشادات وتوجيهات

- يمكن أن نستبدل العدد المجهول بأحد الحروف مثل: x ، y ، z ، b ، a ، c...
- نوظّف مفهوم معاكس عدد، لأن مجموع عددين متعاكسين يساوي صفرا.
- $a+x=b$ معناه $x=b-a$
- نوظّف مفهوم مقلوب عدد، لأن جداء عدد ومقلوبه يساوي واحدا.
- $ax=b$ و $a\neq 0$ معناه $x=\frac{b}{a}$
- نعوّض (في الجزء a) المجهول x بالعدد $\frac{6}{7}$ في العبارة $\frac{8}{7}+x$ وننجز الحساب، ثمّ نقارن الناتج مع قيمة الطرف الآخر.
- نصف محيط المستطيل الذي طوله a وعرضه b يساوي $a+b$.
- محيط المربع الذي طوله x هو $4x$.

الإجابة خطأ، لأنّ لها عددا غير منته من الحلول. لاحظ مثلا: $0\times 5=0$ ، $0\times\frac{3}{2}=0$

11 المعـــادلات (2)

الكفاءات المستهدفة

- حلّ معادلات من الشكل $a : x = b$ حيث a ، b عددان معلومان و $a \neq 0$
- حل معادلات من الشكل: $ax + b = c$ حيث a، b، c أعداد معلومة و $a \neq 0$

مكتسبات

- حل معادلات من الشكل $a+x=b$ و $ax=b$ حيث a، b عددان معلومان و $a \neq 0$.
- اختبار صحة مساواة.

ما يلزمك معرفته

① لحل معادلة من الشكل: $a : x = b$ حيث a ، b عددان معلومان و $b \neq 0$ نبحث عن حاصل قسمة a على b.

أي أنّ:

حلّ المعادلة $a : x = b$ حيث $b \neq 0$ هو $\frac{a}{b}$

. الكتابة $a : x = b$ تعني $a = b \times x$

ومنه $x = a : b$.

② . لحلّ المعادلة: $ax + b = c$ حيث a ، b ، c أعداد معلومة و $b \neq 0$ نضيف إلى الطرفين العدد $(-b)$

ثم نقسم الطّرفين على a.

أي أنّ:

حلّ المعادلة $ax + b = c$ حيث $a \neq 0$ هو $\frac{c-b}{a}$

إجراءات وتقنيات

- إذا $a : x = 0$ فإنّ $a = 0$
- $a : x = b$ ، $b \neq 0$ يعني أنّ $x = \frac{a}{b}$
- $ax + b = c$ ، $a \neq 0$ يعني $x = \frac{c-b}{a}$
- $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$ ، $b \neq 0$ يعني أنّ $x = \frac{ac}{b}$

تمارين

1. ضع العدد المناسب مكان النقط:

أ) $\frac{2}{x} = 3$ يعني أنّ $3x = \dots$ ، ومنه $x = \dots$

ب) $\frac{5}{x} = 0,25$ يعني أنّ $\dots x = -5$ ، ومنه $x = \dots$

جـ) $\frac{3}{x} = \frac{5}{4}$ يعني أنّ $\dots x = -3$ ، ومنه $x = \dots$

2. أكمل كلاً ممّا يأتي:

أ) $\frac{5}{x} = 2$ يعني أنّ $x = \dots$

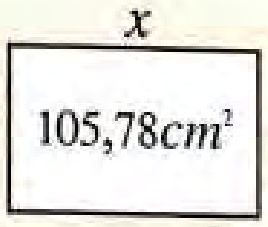
ب) $\frac{3,15}{x} = 4$ يعني أنّ $x = \dots$

جـ) $\frac{0,25}{2,3} = \frac{1,6}{x}$ يعني أنّ $x = \dots$

3. حلّ المعادلات الآتية:

1) $\frac{8}{a} = 2$ ، 2) $\frac{5,24}{c} = \frac{1572}{100}$ ، 3) $\frac{6,25}{b} = \frac{2}{1,2}$

4. مستطيل مساحته $105,78cm^2$، وطوله مجهول x.



أ) عبّر عن عرضه بدلالة طوله x.

ب) إذا كان عرضه $8,6cm$، فاحسب طوله (قيمة x).

5. لمعرفة القيمة التي يرمز إليها الحرفان x و y في كلّ من $x2 + 1 = 7$ و $-3y - 2 = 5$ على التّرتيب، أكمل ما يأتي:

$a)$ $2x + 1 = 7$

$2x + 1 + (-1) = 7 + \dots$

$2x = \dots$

$x = \dots$

$b)$ $-3y - 2 = 5$

$-3y - 2 + \dots = \dots$

$-3y = \dots$

$y = \dots$

6. إليك المعادلات:

أ) $15x + 11 = 41,45$ ب) $\frac{7}{2}x - \frac{35}{20} = 0$ جـ) $1,01x + 1,01 = 1,01$

عيّن من بين الأعداد: $0,5$ ، $2,03$ ، $\frac{3}{7}$ ، 0 حلّ كلّ معادلة من المعادلات السابقة.

7. حلّ المعادلات الآتية:

$a)$ $10x + 3 = 13$

$b)$ $\frac{3}{4}x - 4 = -\frac{7}{2}$

$c)$ $\frac{1,2}{7}x - \frac{3}{7} = +\frac{1}{3}$

$d)$ $2005x + 2006 = 2006$

$e)$ $0,5x + 4,6 = 7,8$

أصحيح أم خطأ؟ $3x = 1$ يعني أن $x = 1 - 3$.

حلول التمارين

1. أ) $\frac{2}{x}=3$ يعني أنّ $3x=2$ ، ومنه $x=\frac{2}{3}$

ب) $\frac{5}{x}=0,25$ يعني أنّ $0,25x=5$ ، ومنه $x=\frac{5}{0,25}=20$

جـ) $\frac{3}{x}=\frac{5}{4}$ يعني أنّ $\frac{5}{4}x=3$ ، ومنه $x=\frac{3}{\frac{5}{4}}=\frac{12}{5}$

2.

أ) $\frac{5}{x}=2$ يعني أنّ $x=\frac{5}{2}$

ب) $\frac{3,15}{x}=4$ يعني أنّ $x=\frac{3,15}{4}=0,7875$

جـ) $\frac{1,6}{x}=\frac{0,25}{2,3}$ يعني أنّ $x=\frac{1,6\times 2,3}{0,25}=14,72$

3. 1) $a=4$ ، 2) $c=\frac{1}{3}$ ، 3) $b=3,75$

4. أ) التّعبير عن العرض بدلالة الطّول هو: $\frac{105,78}{x}$

ب) لدينا $\frac{105,78}{x}=8,6$ ومنه $x=\frac{105,78}{8,6}=12,3$

أي أنّ طول المستطيل $12,3cm$.

5.

$a)$ $2x+1=7$

$2x+1-1=7-1$

$2x=7-1=6$

$x=\frac{6}{2}=3$

$b)$ $-3y-2=5$

$-3y-2+2=5+2=$

$-3y=5+2=7$

$y=\frac{7}{-3}=-\frac{7}{3}$

6. أ) حلّ المعادلة: $15x+11=41,45$ هو $2,03$ لأن: $15(2,03)+11=41,45$

ب) حلّ المعادلة: $\frac{7}{2}x-\frac{35}{20}=0$ هو $0,5$ لأن: $\frac{7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{7}{4}=0$

جـ) حلّ المعادلة: $1,01x+1,01=1,01$ هو 0 لأن: $1,01(0)+1,01=1,01$

7.

$a)$ $10x+3=13$

$10x=13-3=10$

$x=\frac{10}{10}=1$

وبنفس الطّريقة نجد:

$b)$ $x=\frac{2}{3}$ ، $c)$ $x=\frac{40}{9}$ ، $d)$ $x=0$ ، $e)$ $x=\frac{32}{5}$

إرشادات وتوجيهات

◄ $a:x=b$ $b\neq 0$ يعني أنّ $x=\frac{a}{b}$

◄ $\frac{a}{x}=\frac{b}{c}$ ، $b\neq 0$ يعني أنّ $x=\frac{ac}{b}$

◄ مساحة المستطيل الّذي طوله a وعرضه b تساوي ab

◄ $ax+b=c$ حيث $a\neq 0$ يعني أنّ $x=\frac{c-b}{a}$

◄ نضيف إلى طرفي المعادلة معاكس الحدّ الّذي لا يحتوي على مجهول، ثمّ نقسم على معامل x.

الإجابة خطأ. بل يعني أن $x=\frac{1}{3}$.

12 المعـــادلات (3)

الكفاءات المستهدفة

• حلّ مشكلات بتوظيف معادلات.

مكتسبات

- حل معادلات.
- اختبار صحة مساواة.

ما يلزمك معرفته

(1) لترجمة نص لغويّ إلى معادلة ينبغي:

1- قراءة النّص وفهمه.
2- اختيار المجهول أو المجاهيل المناسبة.
3- كتابة معادلة باختيار العمليات المناسبة.

(2) لحل مشكلة بتوظيف معادلة ينبغي:

1- تحليل المشكلة وفَهْمُها.
2- التّعبير عن المجهول (أو المجاهيل) بحرف (أو حروف).
3- ترجمة المشكلة إلى معادلة.
4- حلّ المعادلة.
5- التّحقّق من أن النتيجة المحصّل عليها هي الحلّ المطلوب.
6- التّعبير بجملة عن جواب السّؤال المطروح في المشكلة.

إجراءات وتقنيات

* العدد a موجب.
- العدد الّذي يزيد عن العدد x بـ a يكتب $x+a$.
- العدد الّذي ينقص عن العدد x بـ a يكتب $x-a$.
- العدد الطّبيعي الّذي يلي العدد الطّبيعي n يكتب $n+1$.
- ضعف العدد الطّبيعي n يكتب $2n$ ونصفه يكتب $\frac{n}{2}$.
- العدد الفرديّ يكتب $2n+1$.
- العدد الزّوجيّ يكتب $2n$.

تمارين

1. أرفق كلّ مسألة بمعادلة مناسبة لحلّها فيما يأتي.

أ) بشرائه مبراة بـ 5 DA و6 أقلام، صرف رشيد مبلغ 50 DA. ما هو سعر القلم؟

ب) جمع سعيد مبلغا من المال. صرف منه 5 DA، وقسّم الباقي بالتّساوي على إخوته السّتّة، فأعطى كلّ واحد منهم 50 DA. ما هو المبلغ الّذي جمعه سعيد؟

ج) ما العدد الذي إذا طرحت منه 6، وضربت النّاتج في 5 تجد النتيجة 50؟

المعادلات هي:

$5(x-6)=50$ | $6x+5=50$ | $\frac{x-5}{6}=50$

2. أكتب نصّ مسألة مناسبة للمعادلة: $x+2\times 15=1400-170$

3. إليك المعادلة: $2(x+(x+8))=120$

إبدأ بـ "مستطيل محيطه $120cm$..." واكتب نص مسألة مناسبة لها.

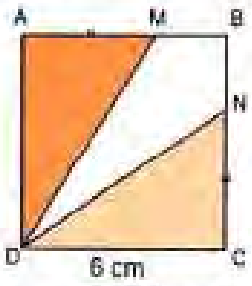
4. اشترى طالب كتابا وكرّاسا بمبلغ 250 DA فإذا علمت أن ثمن الكتاب يزيد عن ثمن الكرّاس بـ 120 DA. ما هو ثمن كلّ من الكتاب والكرّاس؟

5. مثلّث طول قاعدته $28,5cm$، وارتفاعه h. إذا كانت مساحته $171cm^2$ أكتب معادلة تحسب من خلالها h، ثم احسبه.

6. اقتسم ثلاثة أشخاص 5130 DA فكانت حصّة الثّاني ضعف حصّة الثّالث، وحصّة الأوّل تزيد عن حصّة الثاني بـ 160 DA. ما هي حصّة كلّ واحد منهم؟

7. مربّع طول ضلعه $6\ cm$، نريد تقسيمه إلى ثلاثة أجزاء متساوية المساحة كما في الشكل المقابل حيث $AM=CN$.

احسب الطّول AM.



8. خمسة أعداد طبيعيّة متتالية مجموعها 65. نرمز بـ x إلى أصغرها.

أ) عبّر بدلالة x عن كلّ من الأعداد الأخرى.

ب) جدْ هذه الأعداد.

9. مجموع عدد ونصفه وضعفه يساوي 21.

أ) نرمز بـ x إلى نصف العدد، عبّر بدلالة x عن هذا العدد، وعن ضعفه.

ب) ما هو هذا العدد ؟

أصحيح أم خطأ؟ $3x=1$ يعني أن $x=1-3$.

حلول التمارين

1. المعادلة المناسبة لحلّ المسألة (أ) هي: $6x+5=50$
المعادلة المناسبة لحلّ المسألة (ب) هي: $\frac{x-5}{6}=50$
المعادلة المناسبة لحلّ المسألة (ج) هي: $5(x-6)=50$

2. عند رضا $1400\ DA$، اشترى منها محفظة وقلمين.
إذا علمت أن ثمن القلم الواحد $15\ DA$، وأنّ صاحب المكتبة أرجع إلى رضا $170DA$،
فما هو ثمن المحفظة؟

3. مستطيل محيطه $120\ cm$، طوله يزيد عن عرضه بـ $8\ cm$. أحسب عرضه واستنتج طوله.

4. نفرض أنّ ثمن الكرّاس x، فيكون ثمن الكتاب $(x+120)$
$2x+120=250$
لنحلّ المعادلة: $2x+120=250$
$2x+120=250$ يعني أنّ $2x=130$، ومنه: $x=65$.
ثمن الكرّاس هو: $65\ DA$، وثمن الكتاب هو: $185\ DA$.

5. المعادلة التي نحسب من خلالها h هي: $\frac{28,5 \times h}{2}=171$
$\frac{28,5 \times h}{2}=171$ يعني أنّ $28,5 \times h=2 \times 171$
ومنه: $h=\frac{342}{28,5}$ أي $h=12$. ارتفاع المثلث هو $12cm$.

6. نفرض أنّ حصةَ الثالث x فتكون حصة الثاني $2x$، وحصةَ الأول $2x+160$
المعادلة التي حلها يعطي x هي: $5x+160=5130$
$160+5x=5130$ يعني أنّ $5x=4970$ ، ومنه: $x=994$.
حصةَ الثالث $994\ DA$.
لدينا $994 \times 2=1988$ ومنه حصةَ الثاني $1988\ DA$.
لدينا $1988+160=2148$ ومنه حصةَ الأولّ $2148\ DA$.

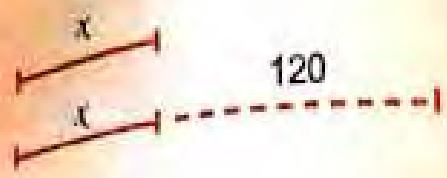
7. نفرض أنّ الطّول $AM=x$.
فتكون مساحة المثلّث ADM هي $\frac{6x}{2}$ أي تساوي $3x$.
وبما إنّ مساحة المثلّث ADM تساوي ثلث مساحة المربّع، فإنّ $3x=\frac{6 \times 6}{3}$
$3x=\frac{6 \times 6}{3}$ تعني أنّ $3x=12$ ، ومنه $x=4$ الطّول $AM=4cm$

8. أ) التّعبير بدلالة x عن الأعداد: x ، $x+1$ ، $x+2$ ، $x+3$ ، $x+4$.
ب) من مجموعها 65 نكتب $5x+1=65$ وهذا معناه أنّ $5x=65-10$
ومنه $x=\frac{55}{5}=11$ الأعداد هي: 11 ، 12 ، 13 ، 14 ، 15.

9. أ) العدد يكتب $2x$، وضعفه $4x$.
ب) لدينا $7x=21$ وهذا يعني أنّ $x=3$. إذا العدد هو 6.

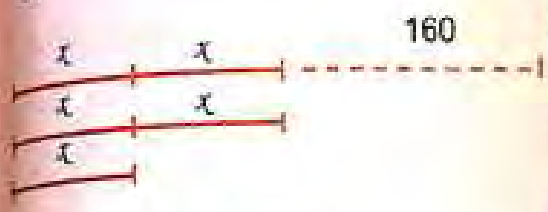
إرشادات وتوجيهات

- يمكن التّحقق من أنّ هذه المسائل مناسبة، وذلك بحلّها.
- يمكن الاعتماد على التّمثيل الآتي



فيكون ثمن شراء الكتاب والكرّاس معا هو: $2x+120$.

- يمكن الاعتماد على التّمثيل الآتي



فيكون المبلغ المقتسم بين الأشخاص الثلاثة هو: $5x+160$.

- مساحة المثلّث تساوي نصف جداء قاعدته وارتفاعه.

- يمكن الاعتماد على التمثيل الآتي

- فيكون مجموع عدد ونصفه وضعفه هو: $7x$.

الإجابة خطأ. بل يعني أنّ $x=\frac{1}{3}$.

13 التناسبية (1)

الكفاءات المستهدفة

- التعرف على وضعية تناسبية في جدول أعداد.
- إتمام جدول أعداد يمثل تناسبية.

مكتسبات

- ترجمة نص إلى جدول منظّم.
- تمييز جدول تناسبيّة من جدول لا تناسبيّة.

ما يلزمك معرفته

① المقدران x و y متناسبان معناه:

إذا ضربنا بنفس العدد غير المعدوم n قيمتين متقابلتين لهما a و b، فإن القيمتين الناتجتين $n \times a$ و $n \times b$ متقابلتان. ويكون الجدول الناتج جدول تناسبية.

a و b قيمتان لمقدارين متناسبين معناه: $b = ka$ أو $a = k'b$

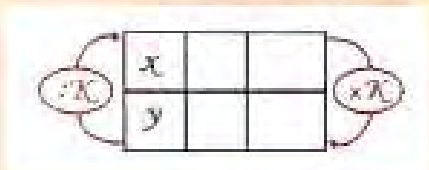
- في جدول تناسبية أعداد السطر الأول متناسبة مع أعداد السطر الثاني، والعكس.
- في جدول تناسبية أعداد السطر الثاني تنتج بضرب أعداد السطر الأول بعدد يسمّى معامل التناسبية.

② إتمام جدول أعداد يمثل تناسبية يعني:

1- إتمام السّطر الثاني بضرب أعداد السّطر الأوّل في معامل التناسبيّة.

أو

2- إتمام السّطر الأوّل بقسمة أعداد السّطر الثاني على معامل التناسبيّة.



إجراءات وتقنيات

لحساب معامل تناسبيّة جدول نقسم عددا من السّطر الثاني على العدد الذي يوافقه من السّطر الأوّل.

تمارين

1. في أيّ من الحالتين (أ) أو (ب) نقول: إنّ المقدارين x و y متناسبان

أ)

x	3,2	9,6	32
y	4	8	44

ب)

x	2	10	14
y	1,3	6,5	9,1

2. الجدول الآتي هو جدول تناسبيّة. عيّن معامل التناسبيّة، ثمّ أكمل الجدول:

x	...	2	3,4	5	...	30
y	0,2	0,4	...	...	1,424	...

3. الجداول الآتية تبيّن المسافة المقطوعة بدلالة الزّمن لثلاث حركات.

أ)

الزمن $t(s)$	1	2	3	4	5
المسافة $d(m)$	4	7	10	13	16

ب)

الزمن $t(s)$	1	2	3	4	5
المسافة $d(m)$	1,5	3	4,5	6	7,5

جـ)

الزمن $t(s)$	1	2	3	4	5
المسافة $d(m)$	0	1,5	3	8	18

أولا: أي الجداول الثلاثة يمثل جدول تناسبيّة ؟ ولماذا ؟

ثانيا: مثّل بيانياً على ورق ميليمتريّ معطيات كلّ جدول.

4. عندما كان زيد عمره 26 سنة ولدت ابنته سميّة، أكمل الجدول الآتي، وهل عمر سميّة وعمر أبيها متناسبان؟ (أي هل الجدول هو جدول تناسبية؟)

عمر سميّة	1	...	...	...	22
عمر زيد	...	33	36	44	...

5. أكمل الجدول الآتي، استنتج المقدارين المتناسبين.

طول ضلع المربّع بـ cm	2	2,5	...	...
مساحته بـ cm^2	...	...	...	100
محيطه بـ cm^2	...	...	24	...

أصحيح أم خطأ ؟ محيط القرص ونصف قطره متناسبان.

حلول التمارين

1. المقداران x وy متناسبان في الحالة (ب)، وغير متناسبين في حالة (أ)

أ)

x	3,2	$6,4 = 2 \times 3,2$	$32 = 10 \times 3,2$
y	4	$7 \neq 2 \times 4$	$44 \neq 10 \times 4$

ب)

x	2	$10 = 5 \times 2$	$14 = 7 \times 2$
y	1,3	$6,5 = 5 \times 1,3$	$9,1 = 7 \times 1,3$

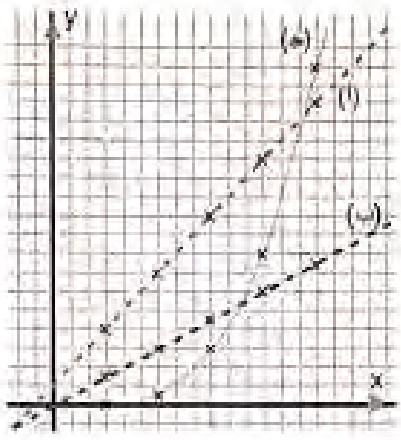
2. معامل التناسبيّة هو حاصل القسمة $\frac{0,4}{2}$ ويساوي 0,2 إكمال الجدول.

x	1	2	3,4	5	7,12	30
y	0,2	0,4	0,68	1	1,424	6

3. • الجدول (أ) هو جدول لا تناسبيّة،لأنّ: $\frac{4}{1} \neq \frac{7}{2} \neq \frac{10}{3} \neq \frac{13}{4} \neq \frac{16}{5}$

• الجدول (ب) هو جدول تناسبية،لأنّ: $\frac{3}{4,5} = \frac{4}{6} = \frac{5}{7,5} = \frac{1,5}{1} = \frac{2}{3}$ ومعامل التناسبية هو 1,5.

• الجدول (جـ) هو جدول لا تناسبية، لأن: $\frac{8}{4} \neq \frac{18}{5} \neq \frac{3}{3} \neq \frac{1}{0} \neq \frac{2}{1,5}$



4. إكمال الجدول من العلاقة: 26 + (عمر سميّة) = (عمر زيد)

عمر سمية	1	7	10	18	22
عمر زيد	27	33	36	44	48

عمر سميّة و عمر أبيها غير متناسبين، لأن: $\frac{27}{1} \neq \frac{33}{7} \neq \frac{36}{10} \neq \frac{44}{18} \neq \frac{48}{22}$

5. إكمال الجدول:

طول ضلع المربّع بـ cm	2	2,5	4	10
مساحته بـ cm^2	4	6,25	16	100
محيطه بـ cm^2	8	10	24	40

الاستنتاج: المقداران المتناسبان هما: محيط المربع وطول ضلعه.

إرشادات وتوجيهات

- الجدول (أ) هو جدول لا تناسبية.
- الجدول (ب) هو جدول تناسبية ومعامل التناسبية فيه هو حاصل القسمة $\frac{1,32}{2}$ ويساوي 0,65، نكتب عندئذ: $y = 0,65x$ ونقول أنّنا عبّرنا عن y بدلالة x.
- بعد حساب معامل التناسبية 0,2 نكمل الجدول باستعمال إحدى العلاقتين: $y = x \times 0,2$ ، $x = y \times 0,2$
- عدم تساوٍ واحدة من بين $\frac{27}{1} \neq \frac{33}{7} \neq \frac{36}{10} \neq \frac{44}{18} \neq \frac{48}{22}$ كافٍ للحكم على أنّه جدول لا تناسبيّة.
- النّقط الممثّلة لوضعية تناسبية تنتمي إلى مستقيم يشمل مبدأ المعلم والعكس إذا كانت نقط وضعية تنتمي إلى مستقيم يشمل مبدأ المعلم فإنّ هذه الوضعيّة هي وضعيّة تناسبيّة.
- مساحة المربّع وطول ضلعه غير متناسبين، لأنّ: $\frac{4}{2} \neq \frac{6,25}{2,5} \neq \frac{16}{4} \neq \frac{100}{10}$

مساحة المربع ومحيطه غير متناسبين، لأنّ: $\frac{8}{4} \neq \frac{10}{6,25} \neq \frac{24}{16} \neq \frac{40}{100}$

- مساحة مستطيل الذي طوله L وعرضه l هي $S = l \times L$ ومحيطه $S = 2(L + l)$

العرض	l	$2l$	$3,2l$
المساحة	S	$2S$	$3,2S$

الإجابة نعم، لأنّ محيط قرص نصف قطره r يحسب من العلاقة: $p = 2\pi r$.

14 التناسبية (2)

الكفاءات المستهدفة

- حساب الرابع المتناسب.
- إتمام حساب نسبة مئوية و توظيفها.

مكتسبات

- مقارنة حصص (قصد تبرير استعمال نسبة مئوية).
- تطبيق نسبة مئوية في حالة بسيطة.
- حل معادلات من الشكل $a x = b$ و $a : x = b$

ما يلزمك معرفته

① الرابع المتناسب هو العدد المجهول في جدول تناسبية ذو أربعة أعداد ثلاثة منها معلومة.

- حساب الرابع المتناسب هو إتمام جدول تناسبية ذو أربعة أعداد ثلاثة معلومة و الرابع مجهول.

② تمثل النسبة المئوية معامل تناسبية مكتوب على شكل كسر مقامه 100.

$a\,\%$ تكتب $\frac{a}{100}$

- لحساب نسبة مئوية مقدار x من مقدار y نحسب $\frac{x}{y} \times 100$

إجراءات وتقنيات

- لحساب الرابع المتناسب من الجدول

a	c
b	؟

يمكن إتباع إحدى الطرق

1) نحسب $\frac{b}{a} \times c$ ($\frac{b}{a}$ معامل التناسبية)

2) نبحث عن عدد جداؤه بالعدد a يساوي $b \times c$

3) نحسب $\frac{c}{a} \times b$

- حساب $a\,\%$ من مقدار يعني ضرب هذا المقدار بالعدد $\frac{a}{100}$.

تمارين

1. اكمل جداول التناسبية الاتية. يطلب معامل التناسبية في كل حالة.

3	...
12	100

7	20
...	62

2	6
4	...

...	9
4,11	1

1	...
5	60

80	7,13
100	...

2. تريد ايمان نسخ 21 صورة طبق الأصل لوثيقة تخصّ تاريخ ثورة التّحرير الوطنيّة. في المكتبة وجدت لافتة على آلة التّصوير مكتوب عليها (10DA لكل 4 صورطبق الأصل).

أ) أكمل الجدول و أجب على السؤال.

عدد الصور	...	...
.....	10	...

كم ستدفع ايمان مقابل 21 صورةطبق الأصل ؟

ب) كان عند ايمان 45DA ،كم صورة طبق الأصل يمكنها ان تنسخ ؟

3. يستخرج زيات 20 l زيت في كل 60 kg زيتونا مخصصا للعصر.

أ) كم لترا من الزيت يستخرج من 2,7 q زيتونا ؟ (q يرمز لقنطار).

ب) طلب منه تاجر 150l ؛ من الزيت كم كيلوغراما من الزيتون يستعمل لتلبية رغبة هدا التاجر؟

4. يتكون قسم السنّة الثانية متوسط الأول (2 م1) من 40 تلميذا منهم 31 بنتا.

- ما نسبة البنات في هذا القسم؟

5. في انتخاب ممثّل للقسم (2 م1) الذي يتكون من 40 تلميذا،جاءت النتائج كاللأتي.

المترشح	يوسف	أحمد	سمية
عدد الأصوات	27	2	11

- أحسب نسبة الأصوات المحصل عليها من قبل كل مرشح.

6. تريد الأم صنع كعكة تزن 450g و تحتوي على % 35 فرينة و% 25 شوكولاطة و 8,5% زبدة و 18%سكر.ساعدها على حساب وزن كل عنصر.

7. في نهاية المعرض الدّولي للكتاب خفضت دار النشر (أ) مرّتين % 15 من سعر كتاب الرياضيات الدي حددت ثمنه في بداية العرض بـ 380 DA.

وصل الخبر دار النشر (ب) فخفضت مرة واحدة % 30 من سعر هذا الكتاب الذّي له نفس السعر في بداية العرض.

- أي الدارين صار الكتاب عندها أقل سعرا !؟

أصحيح أم خطأ ؟ لحساب 25% من عدد نقسم هذا العدد على 4.

حلول التمارين

1. نرمز بـ q لمعامل التناسبية في كلّ حالة.

3	25
12	100

$q = 4$

7	20
21,7	62

$q = 3,1$

2	6
4	12

$q = 2$

36,99	9
4,11	1

$q = 2$

1	12
5	60

$q = 5$

80	7,13
100	8,9125

$q = 1,25$

2. أ)

عدد الصور	4	21
السعر	10	52,5

ب)

عدد الصور	4	18
السعر	10	45

تدفع إيمان $52,5\ DA$ مقابل 21 صورة طبق الأصل.

ومنه، وبـ $45\ DA$ يمكنها أن تعمل 18 صورة طبق الأصل.

3. باستعمال طريقة التّمرين السابق نجد: معامل التناسبيّة هو $\frac{20}{60}$ ويساوي $\frac{1}{3}$

زيتون	60	270	450
زيت	20	90	150

أ) يستخرج $90l$ من q 2,7 زيتونا. ب) سيستعمل $450\ kg$ زيتونا.

4. نسبة البنات في هذا القسم هي: $\frac{31}{40} \times 100$. لدينا $\frac{31}{40} \times 100 = 77,5$

ومنه نسبة البنات في هذا القسم هي: 77,5%.

5. لحساب نسبة الأصوات المحصلّ عليها من قبل كلّ مرشّح، ننجز العمليات.

$\frac{11}{40} \times 100 = 27,5$ ، $\frac{2}{40} \times 100 = 5$ ، $\frac{27}{40} \times 100 = 67,5$

المترشح	يوسف	أحمد	سمية
عدد الأصوات	27	2	11
النسبة	67,5%	5%	27,5%

6. لحساب وزن كلّ من الفرينة والشكولاطة والزّبدة والسكر، ننجز العمليات.

$\frac{35}{100} \times 450 = 157,5$ ، $\frac{25}{100} \times 450 = 112,5$ ، $\frac{8,5}{100} \times 450 = 38,25$ ، $\frac{18}{100} \times 450 = 81$

ومنه وزن الفرينة $157,5g$ والشكولاطة $112,5g$ والزّبدة $38,25g$ والسكر $81g$

7. في دار النشر(أ)، التخفيض الأوّل : $\frac{15}{100} \times 380 = 57$ أي $57DA$.

وسعر الكتاب بعد التّخفيض الأوّل يصبح $380 - 57 = 323$ أي $323DA$.

التّخفيض الثاني : $\frac{15}{100} \times 323 = 48,45$ أي $48,45\ DA$

وسعر الكتاب بعد التخفيض الثاني يصبح $323 - 48,45 = 274,55$ أي $274,55DA$.

في دار النشر(ب)، التّخفيض : $\frac{30}{100} \times 380 = 114$ أي $114DA$.

وسعر الكتاب بعد التّخفيض الأوّل يصبح أي $380 - 114 = 226$ أي $266DA$.

ومنه أصبح الكتاب أقل سعرا عند دار النشر (ب).

إرشادات وتوجيهات

- يمكن تشكيل معادلة من الشكل $ax = b$ و $a : x = b$ ثمّ حلّها.

- نكمل جدول التّناسبيّة، بالبدء بحساب معامل التناسبيّة (ثمن صورة واحدة طبق الأصل).

يمكن في (أ) حلّ المعادلة: $4x = 10 \times 21$ والتي تعطي $x = 52,5$

يمكن وفي (ب) حلّ المعادلة: $10y = 4 \times 45$ والتي تعطي $y = 18$

- نحوّل إلى الكيلوغرام

$2,7q = 270kg$

- نسبة الأصوات المحصلّ عليها من قبل كلّ مرشّح تحسب من العلاقة:

$\frac{n}{40} \times 100$ حيث n عدد الأصوات

- وزن كلّ عنصر يحسب من العلاقة:

$\frac{x}{100} \times 450$ حيث x عدد الأوزان

100	450
x	؟

الإجابة صحيح، لأنّ $\frac{25}{100} = 4$

التناسبية (3)

الكفاءات المستهدفة

- حساب مقياس خريطة أو تصميم واستعماله.
- تحويل وحدات القياس (أطوال ومساحات وحجوم ومدد).

مكتسبات

- استعمال مفهوم المقياس للتكبير أو التّصغير في وضعيات بسيطة.
- إجراء تحويلات لوحدات الأطوال والمساحات والحجوم.

ما يلزمك معرفته

① المقياس

المسافات على خريطة أو تصميم متناسبة مع المسافات الحقيقيّة الممثّلة على هذه الخريطة أو التّصميم.

- حساب مقياس خريطة أو تصميم هو إيجاد معامل التّناسبيّة بين المسافات الحقيقيّة والمسافات على الخريطة أو التّصميم مقدّرة بنفس الوحدة.

المسافة الحقيقية			
المسافة على المخطّط			

$$\text{المقياس} = \frac{\text{المسافة على المخطط}}{\text{المسافة الحقيقية}}$$

- إذا كان المقياس أكبر من الواحد فإنّ المخطّط المنجز يسمّى تكبيرا.
- إذا كان المقياس أصغر من الواحد فإنّ المخطّط المنجز يسمّى تصغيرا.
- إذا كان المقياس أكبر من الواحد فإنّ المخطّط المنجز يسمّى تكبيرا.
- إذا كان المقياس أصغر من الواحد فإنّ المخطّط المنجز يسمّى تصغيرا.

② تحويل وحدات القياس

لتحويل وحدات القياس (أطوال ومساحات وحجوم ومدد) يمكن تطبيق الرّابع المتناسب لثلاثة أعداد أحدها العدد المراد، الآخران معلومان من علاقة، مثل 1 و 100 في:

$1\,dam^2 = 100\,m^2$

إجراءات وتقنيات

- لحساب مقياس يلزم أولاً التّأكد من أنّ المسافات معبّر عنها بنفس الوحدة.
- لحساب المسافة على المخطّط نضرب المسافة الحقيقيّة في المقياس.
- لحساب المسافة الحقيقيّة نقسم المسافة المدرجة في المخطّط على المقياس.

تمارين

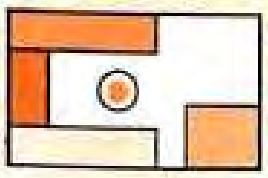
1. باستعمال المقياس $\frac{1}{500}$ أكمل الجدول الآتي:

المسافة الحقيقية بـ cm	500	...	100
المسافة على المخطط بـ cm	...	6,5	...

2. احسب المقياس وأكمل الجدول الآتي:

المسافة الحقيقية بـ m	500	10000	...
المسافة على المخطط بـ cm	5	...	36,25

3. قطعة الأرض التي تقع عليها الإكماليّة التي تدرس فيها أميرة مستطيلة الشكل، طولها $120m$ وعرضها $96m$، رسمت لها تصميما على كرّاسها فمثّلت الطّول بـ $10cm$.



أ) احسب مقياس التّصميم.

ب) احسب العرض على التّصميم.

ج) مثّلت ساحة العلم بقرص قطرها $0,5cm$، ما هو الطّول الحقيقيّ لقطر ساحة العلم؟

4. يعبّر عن المقياس على الخرائط الجغرافية بأشكال مثل:

أ) 100 km

ب) 25 km

احسب المقياس في كلّ من الحالتين السّابقتين.

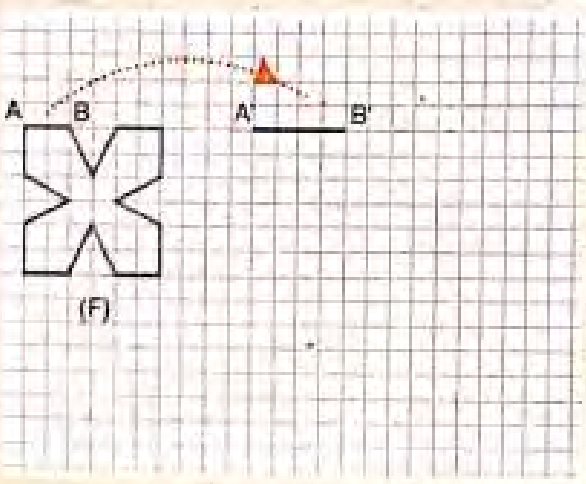
5. لسعيد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $10625\ m^2$.

أراد أنّ يرسم لها تصميما بمقياس $\frac{1}{500}$، فمثّل الطول ب $25cm$.

أ) احسب طول وعرض قطعة الأرض.

ب) ما المسافة التي تمثّل العرض؟

6. أ) ما هو المقياس المستعمل لرسم $[A'B']$ انطلاقا من $[AB]$ في الشكل المقابل؟



ب) أكمل الشكل الممثل للشكل (F) انطلاقا من $[A'B']$.

ج) ارسم مثيلا للشكل (F) باستعمال المقياس $\frac{1}{2}$.

د) انقل على ورق شفاف الشكل (F)، حاول تطبيق كلّ زاوية منه على المقابلة لها في الشكل (F'). ماذا تستنتج؟

أصحيح أم خطأ؟ طول قطعة المستقيم $[AB]$ هو $3cm$.

حلول التمارين

1. إكمال الجدول:

المسافة الحقيقية بـ cm	500	3250	100
المسافة على المخطط بـ cm	1	6,5	0,2

2. المقياس يساوي:

المسافة الحقيقية بـ m	500	10000	3625
المسافة على المخطط بـ cm	5	100	36,25

$\frac{5}{50000}$ أي $\frac{1}{10000}$

3. نعبّر عن الأطوال بنفس الوحدة، فنكتب: $120m = 12000cm$ و $96m = 9600cm$

أ) مقياس التّصميم يساوي: $\frac{10}{12000}$ أي $\frac{1}{1200}$

ب) العرض على التّصميم يساوي: $9600 \times \frac{1}{1200}$ أي $8cm$

ج) الطّول الحقيقيّ لقطر ساحة العلم يساوي: $0,5 : \frac{1}{1200}$

لدينا $0,5 : \frac{1}{1200} = 0,5 \times 1200 = 600$ اي $600cm$ او $6m$.

4. أ) كلّ $100km$ في الحقيقة تقابل $5cm$ على الخريطة، ومنه نحوّل إلى السّنتيمتر.

$100km = 10000000cm$

المقياس هو $\frac{5}{10000000}$ ، ويساوي $\frac{1}{2000000}$

ب) كلّ $25km$ في الحقيقة تقابل $1cm$ على الخريطة، ومنه المقياس هو $\frac{1}{25\,000\,00}$ طبعا استعملنا التّحويل $100km = 10\,000\,000cm$.

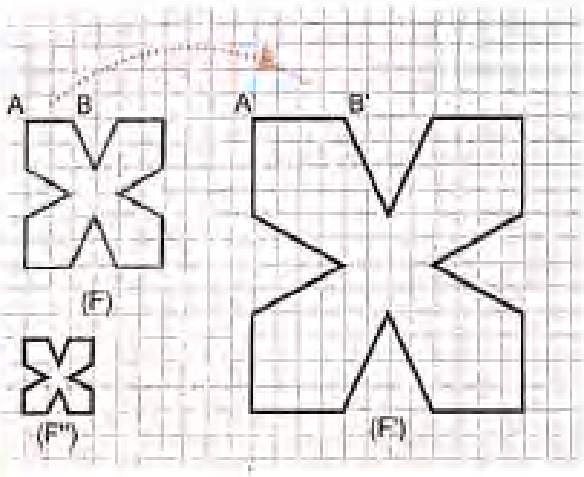
5. أ) طول قطعة الأرض في الحقيقة هو: $25 : \frac{1}{500}$

لدينا $25 : \frac{1}{500} = 25 \times 500 = 12500$ أي الطّول هو $12500cm$ أو $125m$.

العرض هو $10625 : 125 = 85$ أي: $85m$ أو $8500cm$.

ب) المسافة التي تمثّل العرض هي: $8500 \times \frac{1}{500}$

لدينا $8500 \times \frac{1}{500} = 17$ أي: $17cm$.



6. أ) المقياس المستعمل لرسم $[A'B']$ انطلاقا من $[AB]$ هو: $\frac{A'B'}{AB}$ ويساوي 2.

ب) الناتج هو تكبير للشكل (F)

ج) الناتج هو تصغير للشكل (F)

د) نلاحظ أنّ كلّ زاوية من الشكل (F') تساوي الزاوية المقابلة لها من الشكل (F)، ونستنتج أنّ التكبير باستعمال مقياس يحفظ الزّوايا. (نفس النتيجة بالنسبة إلى التّصغير)

إرشادات وتوجيهات

$500 : \frac{1}{500} = 250000$ ، $500 \times \frac{1}{500} = 1$

$100 \times \frac{1}{500} = 0,2$

نحوّل إلى نفس الوحدة cm لحساب المقياس.

$10\,000m \times \frac{1}{10000} = 1m = 100cm$

$36,25cm : \frac{1}{10000}$

$= 362500cm = 3625m$

يمكن استغلال جدول التناسبيّة الآتي:

المسافة الحقيقية بـ m	120	96
المسافة على التّصميم بـ cm	10	؟

يمكن حساب العرض على التّصميم بحلّ المعادلة:

$120 \times ... = 10 \times 96$

يمكن حساب الطّول الحقيقيّ لقطر ساحة العلم بحلّ المعادلة

$10 \times ... = 120 \times 0,5$

الناتجة من:

120	؟
10	0,5

يمكن حساب $85 \times \frac{1}{500}$ فنحصل على 0,17 قيمة العرض ب m

إذا كان المقياس أكبر من الواحد فإنّ المخطّط المنجز يسمّى تكبيرا.

إذا كان المقياس أصغر من الواحد فإنّ المخطّط المنجز يسمّى تصغيرا.

الإجابة صحيح.

16 تنظيم المعطيات (1)

الكفاءات المستهدفة

- قراءة معطيات إحصائية في شكل جداول أو تمثيلات بيانية (منحنيات ومخططات).
- فهم معطيات إحصائية وتفسيرها.

مكتسبات

- وضع وقراءة وتحليل معطيات في شكل جداول أو بيانات أو مخطّطات.

ما يلزمك معرفته

① المجتمع هو مجموعة العناصر التي تتم عليها الدّراسة الإحصائيّة.

- المجتمع في دراسة إحصائيّة ليس بالضّرورة مكوّنا من أحياء.
- الدّراسة الإحصائية تتمثّل في تتبع ميزة (أو خاصيّة) معيّنة للمجتمع المدروس.
- الميزة (أو الخاصيّة) هي صفة يمكن التّعبير عنها بعدد.

② السلسلة الإحصائية هي متتالية كلّ القيم التي يمكن أن تأخذها ميزة ما معرّفة على مجتمع، وعدد حدود السلسلة هو عدد أفراد المجتمع.

- نمثّل معطيات إحصائيّة بجدول سطره الأوّل للسلسلة، والثاني لعدد الأفراد الموافقة لقيم السلسلة نضيف الأسطر حسب متطلّبات المشكلة المدروسة.

إجراءات وتقنيات

- في كتابة القيم التي يمكن أن تأخذها سلسلة إحصائيّة لا توجد أيّة شروط كالتّرتيب مثلا.
- عند تسجيل قيم سلسلة ما في جدول نبدأ بالأصغر فالأصغر.

تمارين

1. قسم (2م2) مكوّن من 36 تلميذا، علاماتهم في اختبار الفصل الثاني لمادة الرّياضيات هي:

10 ، 2 ، 8 ، 5 ، 7 ، 8 ، 10 ، 12 ، 12 ، 15
10 ، 12 ، 18 ، 20 ، 8 ، 20 ، 18 ، 15 ، 18 ، 10
15 ، 8 ، 5 ، 8 ، 10 ، 8 ، 12 ، 7 ، 15 ، 8
10 ، 12 ، 7 ، 18 ، 12 ، 15

أ) ما أصغر قيمة في هذه السلسلة ؟ وما أكبر قيمة ؟
ب) ما هو المجتمع محلّ الدراسة ؟ وما عدد عناصره ؟
ج) ما هي الميزة المدروسة ؟

2. أ) نظّم معطيات التّمرين السّابق في الجدول الآتي: يمكنك إضافة أعمدة حسب الحاجة.

النقطة			
عدد التلاميذ			

ب) أجب عما يأتي:
– كم تلميذا حَصَلَ على العلامة 20 ؟
– كم تلميذا حَصَلَ على العلامة 10 ؟
– هشام أحد تلاميذ قسم (2م2) يزعم أنه حصلَ على العلامة 17، فهل هذا معقول ؟

3. كتب سمير كلّ الأعداد الطّبيعية من 1 إلى 99، وأراد أن يعرف كم مرّة استعمل كل رقم من الأرقام 0 ، 1 ، 2 ، ... 8 ، 9.
أ) أعنْهُ على تنظيم أجوبته في جدول.
ب) اقترح طريقة للعدّ بسرعة ؟
ج) كم مرّة استعمل الرّقم 1 ؟

4. في دراسة إحصائيّة حول عدد الأبناء مسّت 125 عائلة من مدينة مسيلة، وُجد أنّ:
- 26 عائلة ليس لديها أبناء.
- 15 عائلة لدى كلّ منها ابن واحد.
- 17 عائلة لدى كلّ منها إبنان.
- 42 عائلة لدى كلّ منها 5 أبناء.
- 25 عائلة لدى كلّ منها 7 أبناء.

أ) ما هو المجتمع محلّ الدّراسة ؟ وما عدد عناصره ؟
ب) ما هي الميزة (أو الخاصة) المدروسة ؟
ج) نظّم نتائج هذه الدراسة الإحصائية في جدول.

5. لكلّ قطعة نقود جهتان: إحداها تعبّر عن قيمتها النّقدية وتسمّى الوجه، نرمز لها بـ F، والأخرى تسمى الشّعار، نرمز لها بـ P.
بعد رمي قطعة نقود عدّة مرّات وتسجيل الناتج في كلّ مرّة وجدنا السلسلة الآتية:
$F , F , p , p , F , p , F , F , F , p , F , p , F , p , F$
أ) ما هو عدد الرّميات ؟
ب) نظّم نتائج هذه التّجربة في جدول.
ج) ما هو عدد مرّات ظهور كلّ من الوجه وكذا الشّعار ؟

أصحيح أم خطأ ؟ يمكن تنظيم معطيات في جدول تسجل فيه المقادير والأعداد الموافقة لها في أعمدة وليس في أسطر.

حلول التمارين

1. أ) أصغر قيمة في هذه السلسلة هي 2 وأكبر قيمة هي 20 .

ب) المجتمع محلّ الدراسة هو تلاميذ قسم (2م2)، وعدد عناصره 36 .

ج) الميزة المدروسة هي علامات اختبار الفصل الثاني لمادة الرّياضيات.

2. أ) تنظيم معطيات التّمرين السابق في جدول

النقطة	2	5	7	8	10	12	15	18	20
عدد التلاميذ	1	2	3	7	6	6	5	4	2

ب)

– عدد التّلاميذ الذين حصلوا على العلامة 20 هو 2 .

– عدد التّلاميذ الذين حصلوا على العلامة 10 هو 6 .

– زعم هشام غير معقول، لأنّه لا يوجد أيُّ تلميذ تحصّل على العلامة 17.

3. الجدول المساعد هو:

الرقم	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عدد الاستعمالات		20								

ب) طريقة للعدّ بسرعة: تُكتب الأعداد في شكل جدول بعشرة أعمدة وعشرة أسطر:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

ج) الرّقم 1 استعمل 20 مرّة: عشر مرّات في السطر، وعشر مرّات في العمود.

4. أ) المجتمع محلّ الدراسة هو عائلات من مدينة المسيلة وعدد عناصره هو 125.

ب) الميزة (أو الخاصة) المدروسة هي عدد الأبناء لدى كلّ عائلة.

ج) الجدول المنظّم لنتائج هذه الدراسة الإحصائية:

عدد الأبناء	0	1	2	5	7
عدد العائلات	26	15	17	42	25

5. أ) عدد الرّميات هو 15 رمية.

ب) الجدول المنظّم لنتائج هذه التّجربة:

الجهة الظاهرة	F	P
عدد مرّات الظهور	9	6

ج) عدد مرّات ظهور الوجه هو 9 والشّعار 6.

ارشادات وتوجيهات

ينبغي أنّ يكون مجموع أعداد السّطر الثاني هو 36 (عدد عناصر المجتمع المدروس).

بنفس كيفية الإجابة عن الجزء (ج) يمكن إكمال الجدول الوارد في الجزء (أ).

الإجابة صحيح، وإليك المثال:

الجهة الظاهرة	عدد مرّات الظهور
F	9
P	6

17 تنظيم المعطيات (2)

الكفاءات المستهدفة

- تنظيم سلاسل إحصائية في شكل فئات.
- تمثيل معطيات إحصائية بمخططات بالأعمدة أو بمخططات دائرية أو نصف دائرية.

مكتسبات

قراءة معطيات إحصائية فهمها وتفسيرها.

ما يلزمك معرفته

① يمكن تنظيم سلسلة إحصائية في شكل فئات.

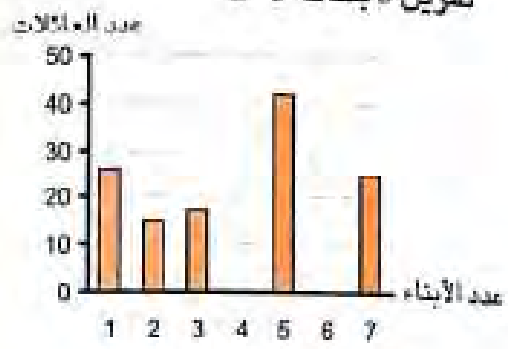
الفئة في سلسلة إحصائية تشمل أكثر من قيمة.

تنظيم سلاسل إحصائية في شكل فئات يعني جمع نتائج الدّراسة الإحصائيّة حسب قيم كلّ فئة.

② تمثيل معطيات إحصائيّة

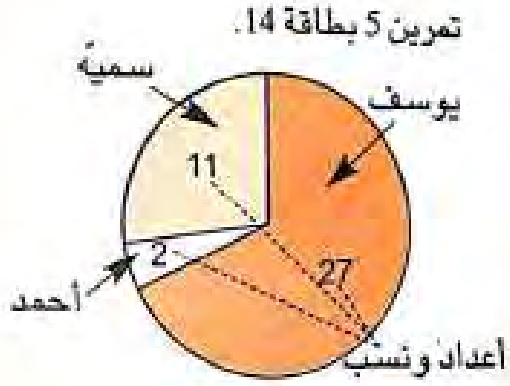
- بالأعمدة:

تمرين 5 بطاقة 5–2



- بمخططات دائريّة أو نصف دائريّة
- حيث نقابل كلّ قيمة للميزة المدروسة (أو فئة أو نسبة) بقطاع دائريّ زاويته متناسبة مع العدد الموافق لها.

تمرين 5 بطاقة 14.



إجراءات وتقنيات

- في التّمثيل بمخطّط دائريّ أو نصف دائريّ الأعداد (أو النّسب) متناسبة مع الزّوايا المركزيّة الموافقة لها.

تمارين

1. إليك سلسلة أعمار تلاميذ قسم (2م2) المكوّن من 36 تلميذا:

11 ، 12 ، 12 ، 11 ، 12 ، 13 ، 15 ، 12 ، 12 ، 12 ،
12 ، 12 ، 11 ، 11 ، 13 ، 11 ، 11 ، 15 ، 11 ، 11 ،
15 ، 12 ، 13 ، 13 ، 12 ، 16 ، 12 ، 13 ، 15 ، 13
13 ، 12 ، 14 ، 14 ، 12 ، 15 ،

أ) ما عدد التّلاميذ الذين أعمارهم أكبر تماما من 16 سنة ؟

ب) فئة التّلاميذ الّذين أعمارهم أكبر من 15 سنة أو تساويها، وأصغر تماما من 17 سنة نمثّلها بـ: $15 \leq x < 17$

- مثّل بنفس الطّريقة فئة التّلاميذ الذّين أعمارهم أكبر من 11 سنة أو تساويها، وأصغر تماما من 13 سنة. وفئة التّلاميذ الّذين أعمارهم أكبر من 13 سنة أو تساويها، وأصغر تماما من 15 سنة.
- ما عدد تلاميذ كلّ فئة ؟

ج) نظّم نتائج هذه الدّراسة الإحصائيّة في جدول.

2. أثناء الفحص الطّبّي لتلاميذ القسم (2م2) وجد الطّبيب سلسلة الأطوال الآتية معبّرا عنها بالسّنتيمتر.

125 ، 140 ، 138 ، 145 ، 146 ، 150 ، 170 ، 157 ، 160 ، 145
130 ، 140 ، 158 ، 155 ، 150 ، 152 ، 154 ، 147 ، 162 ، 153
142 ، 146 ، 142 ، 166 ، 148 ، 152 ، 160 ، 159 ، 149 ، 147
139 ، 142 ، 149 ، 155 ، 150 ، 152

أ) ما هو أصغر طول ؟ وما هو أكبر طول ؟

ب) مثّل سلسلة الأعمار بفئات بحيث مدى كلّ واحدة منها $10cm$. ابدأ بالفئة $125 \leq x < 135$

ج) أكمل الجدول الآتي: (أضف أعمدة حسب الحاجة)

	$125 \leq x < 135$	الطّول
		عدد التلاميذ

3. مثّل الجدول الآتي بيانيا، ثمّ بالأعمدة.

4. مثّل بالأعمدة الجدول المحصّل عليه في الجزء (ج) من التّمرين 2.

النّقطة	2	5	7	8	10	12	15	18	20
عدد التّلاميذ	1	2	3	7	6	6	5	4	2

5. بمكتبة إكماليّة النّجباء 1250 كتابا، منها 25 % كتب لغة عربية، 12,5% كتب لغات أجنبية، والباقي كتب علمية.

أ) مثّل بمخطّط دائريّ نسب كتب هذه المكتبة ؟

ب) أحسب عدد كتب كلّ نوع من الأنواع المذكورة في نصّ المسألة.

أصحيح أم خطأ ؟ الجزء الملوّن بالأزرق يمثّل 90% من مساحة القرص.

حلول التمارين

1. أ) عدد التلاميذ الذين أعمارهم أكبر تماما من 16 سنة هو 0.

ب) • فئة التلاميذ الذين أعمارهم أكبر من 11 سنة أو تساويها. وأصغر تماما من 13 سنة نمثلها بـ: $11 \leq x < 13$. وعدد التلاميذ هو 21.

• فئة التلاميذ الذين أعمارهم أكبر من 13 سنة أو تساويها. وأصغر تماما من 15 سنة نمثلها بـ: $13 \leq x < 15$. وعدد التلاميذ هو 9.

• عدد تلاميذ الفئة $15 \leq x < 17$ هو 6.

ج) الميزة المدروسة هي علامات اختبار الفصل الثاني لمادة الرياضيات.

العمر	$11 \leq x < 13$	$13 \leq x < 15$	$15 \leq x < 17$
عدد التلاميذ	21	9	6

2. أ) أصغر طول هو $125cm$ ؟ وأكبر طول هو $170cm$ ؟

ب) تمثيل سلسلة الأعمار بفئات بحيث طول كلّ واحدة منها $10cm$ هي:

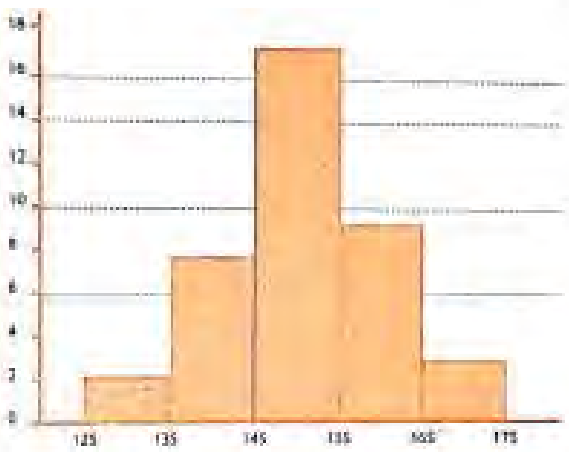
$125 \leq x < 135$ ، $135 \leq x < 145$ ، $145 \leq x < 155$

$155 \leq x < 165$ ، $165 \leq x < 175$.

الطّول	$125 \leq x < 135$	$135 \leq x < 145$	$145 \leq x < 155$	$155 \leq x < 165$	$165 \leq x < 175$
عدد التلاميذ	2	7	17	8	2

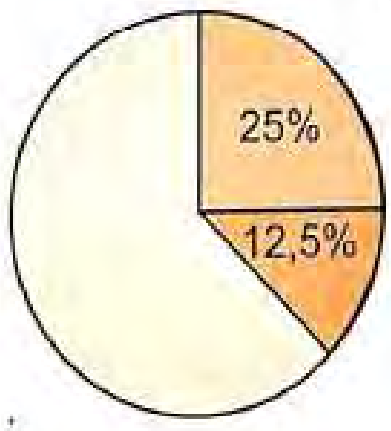
3. حل التّمرين معروض في جزء إرشادات وتوجيهات.

4. تمثيل الجدول المحصلّ عليه في الجزء (ج) من التّمرين 2 بأعمدة.



5. لتمثيل نسب كتب هذه المكتبة بمخطّط دائريّ نبدأ بحساب قيمة زاوية القطاع الموافق لكلّ نسبة:

$360 \times \frac{25}{100} = 90$ أي $90°$ و $360 \times \frac{12,5}{100} = 45$ أي $45°$



يمكن حساب نسبة الكتب العلمية كما يأتي:

$100 - (12,5 + 25) = 62,5$ فنجد

62,5% والزّاوية المقابلة لها هي: $225°$

ب) لدينا $1200 \times \frac{25}{100} = 300$ و $1200 \times \frac{12,5}{100} = 150$

عدد كتب اللّغة العربيّة 300 وعدد كتب اللّغة الأجنبيّة 150، ومنه عدد الكتب العلميّة $1200 - (300 + 105) = 750$ أي 750.

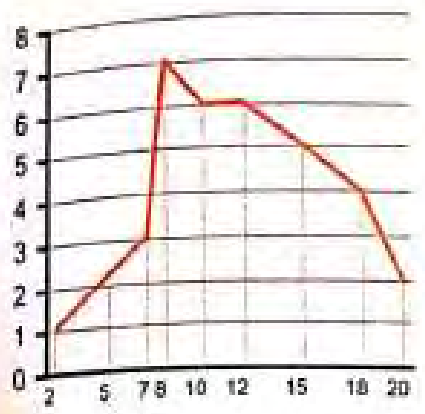
إرشادات وتوجيهات

متوسطة حي واد الرمان البوني

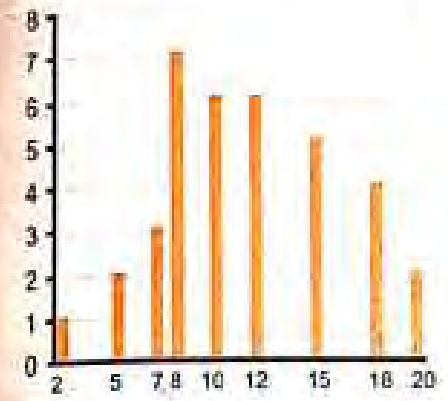
- تنجز لا يوجد أي تلميذ عمره أكبر تماما من 16 سنة.
- لاحظ أن عدد قيم كلّ فئة متساوٍ وهو 2 ، تقول: إنّ للفئات نفس المدى.

حل التمرين (3)

التّمثيل البيانيّ



التّمثيل بالأعمدة



- في إجابة التّمرين (4) كلّ عمود هو مستطيل أحد أبعاده(العرض أو الطّول) هو مدى الفئة.
- نجد أنّ المساحة متناسبة مع الأعداد الموافقة لها وكذا متناسبة مع النّسب الموافقة لها

$\frac{20}{2} = \frac{70}{7} = \frac{170}{17} = \frac{80}{8} = \frac{20}{2} = 10$

- نسبة الكتب متناسبة مع زاوية القطاع الممثل لها.

100	25
360	؟

الإجابة خطأ، الجزء الملوّن بالأزرق يمثّل 25% من مساحة القرص وهو قطاع دائري زاويته $90°$.

تنظيم المعطيات (3)

الكفاءات المستهدفة

- حساب التكرارات.
- حساب التكرارات النسبية.

مكتسبات

- تنظيم سلاسل إحصائيّة في شكل فئات.
- وضع وقراءة وتحليل معطيات في شكل جداول أو بيانات أو مخططات.

ما يلزمك معرفته

① تكرار قيمة ميزة هو عدد أفراد المجتمع الموافق لقيمة هذه الميزة.

- مجموع التكرارات يساوي العدد الإجمالي لأفراد المجتمع.
- في الحالة العامة التكرار يكتب في السطر الثاني في جدول إحصائي.

② التكرار النّسبي لقيمة a هو حاصل قسمة تكرار هذه القيمة على العدد الإجمالي لأفراد المجتمع.

- التكرار النّسبي لقيمة ما أصغر من 1
- مجموع التكرارات النسبية لقيم ميزة ما يساوي 1 .

إجراءات وتقنيات

التكرار النّسبي لقيمة =

$$\frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{العدد الإجمالي}}$$

تمارين

1. الكتابة 327 338 264 846 323 979 358 265 159 3,14 تعبّر عن قيمة مقرّبة بالنّقصان للعدد π الّذي نكتبه عادة 3,14.

أ) ما هو عدد الأرقام المستعملة في كتابة هذه القيمة

ب) كم مرّة تكرّر ظهور الرّقم 3 ، وما هو تكراره النّسبيّ ؟

ج) كم مرّة تكرّر ظهور الرّقم 1 ، وما هو تكراره النّسبيّ ؟

2. بعد رمي زهرة نرد 20 مرّة وتسجيل ناتج كلّ رمية وجد رشيد السلسلة الآتية:

1 ، 2 ، 4 ، 4 ، 2 ، 6 ، 3 ، 5 ، 4،

5 ، 1 ، 4 ، 2 ، 6 ، 4 ، 5 ، 2 ، 4 ، 6.

أ) كم مرّة تكرّر ظهور الرّقم 2. وما هوَ تكراره النّسبي ؟

ب) أكمل الجدول الآتي:

ناتج الرمية	1	2	3	4	5	6
التكرار						
التكرار النّسبي						

3. بعد رمي قطعة نقود 20 مرّة وتسجيل ناتج كلّ رمية وجد رشيد السلسلة الآتية:

F ، F ، P ، P ، F ، P ، F ، F ، F ، P

F ، P ، F ، P ، F ، F ، F ، P ، F ، P

احسب التكرار النسبي للوجه.

4. وزّع أحمد استبيانا – حول عدد ساعات مشاهدة التّلفاز– على 45 تلميذا من زملائه بالإكماليّة وبعد جمع الاستبيان وتلخيص النتائج وجد الجدول الآتي:

الزّمن t	$0 \leq t < 0,5$	$0,5 \leq t < 1$	$1 \leq t < 1,5$	$1,5 \leq t < 2$
عدد التلاميذ	10	21	9	2

أ) هل كلّ التلاميذ الذين استلموا الاستبيان أعادوه لأحمد ؟ في حالة الجواب بـ:لا، كم عدد الذين لم يعيدوه.

ب) أحسب التكرار النّسبي لعدد ساعات مشاهدة التّلفاز.

5. بعد تصحيح أوراق الاختبار لقسم(2م1) المكوّن من 36 تلميذا، وجد أستاذ الرّياضيّات 21 مرّة النقطة 14. ما هو التكرار النّسبي لهذه النقطة ؟

6. الجدول الآتي يلخص دراسة إحصائية حول عدد الأبناء عند عدد من العائلات.

عدد الأبناء	0	1	2	5	7
التكرار	26	...	17	42	25
التكرار النّسبي	...	...	...	...	$\frac{1}{5}$

أ) ما هو عدد العائلات التي مسّتها الدّراسة الإحصائية ؟

ب) أكمل الجدول.

أصحيح أم خطأ ؟ التكرار النّسبيّ لعدد الذكور عند عائلة لديها بنتان وولد هو $\frac{3}{1}$.

حلول التمارين

1. أ) عدد الأرقام المستعملة في كتابة هذه القيمة هو 30.

ب) الرّقم 3 تكرّر ظهوره 7 مرّات . تكراره النّسبيّ هو $\frac{7}{30}$.

ج) الرّقم 1 تكرّر ظهوره مرّتين (2 مرّات) تكراره النّسبيّ هو $\frac{2}{30}$ أو $\frac{1}{15}$.

2. أ) الرّقم 2 تكرّر ظهوره 4 مرّات . تكراره النّسبيّ هو $\frac{4}{20}$ ويساوي $\frac{1}{5}$ أو 0,2.

ب) إكمال الجدول:

ناتج الرمية	1	2	3	4	5	6
التكرار	2	4	1	6	3	4
التكرار النّسبي	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{4}{20}$

يمكن اختزال أعداد السطر الأخير كما يأتي.

التكرار النّسبي	0,1	0,2	0,05	0,3	0,15	0,2

3. بما أنّ عدد الرّميات هو 20 وتكرار الوجه F هو 12.

فإنّ التكرار النسبيّ للوجه F يساوي $\frac{12}{20}$ أي 0,6.

4. أ) لمعرفة فيما إذا كان كلّ التلاميذ الذين استلموا الاستبيان أعادوه لأحمد أم لا نحسب مجموع التكرارات الذي يساوي. $10 + 21 + 9 + 2 = 42$

بما أنّ مجموع التكرارات (42) أصغر من عدد الاستبيانات الموزّعة (45) فهناك من لم يعد الاستبيان. لمعرفة عددهم نحسب $45 - 42 = 3$

الزّمن t	$0 \leq t < 0,5$	$0,5 \leq t < 1$	$1 \leq t < 1,5$	$1,5 \leq t < 2$
عدد التلاميذ	10	21	9	0,2
التكرار النّسبي	$\frac{10}{42}$	$\frac{21}{42}$	$\frac{9}{42}$	$\frac{2}{42}$

يمكن اختزال أعداد السطر الأخير كما يأتي.

التكرار النّسبي	$\frac{5}{21}$	0,5	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{21}$

5. لدينا العدد الإجماليّ للنقاط (الأوراق المصححة) هو 36، وتكرار النقطة 14 هو 21

ومنه فإنّ التكرار النّسبي للنقطة 14 هو $\frac{21}{36}$ أي $\frac{7}{12}$

6. أ) عدد العائلات التي مسّتها الدراسة الإحصائيّة يحسب من التكرار النّسبي للقيمة 7.

بفرض x عدد العائلات نجد: $\frac{25}{x} = \frac{1}{5}$ ومنه $x = 25 \times 5 = 125$

ب) إكمال الجدول:

عدد الأبناء	0	1	2	5	7
التكرار	26	15	17	42	25
التكرار النّسبي	$\frac{26}{125}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{17}{125}$	$\frac{42}{125}$	$\frac{1}{5}$

إرشادات وتوجيهات

التكرار النسبيّ للرّقم 3 هو حاصل قسمة تكرار الرّقم 3 (أي 7) على العدد الإجماليّ للأرقام (أي 30)

لاحظ مجموع التكرارات النسبيّة:

$$\frac{2}{20} + \frac{4}{20} + \frac{1}{20} + \frac{6}{20} + \frac{3}{20} + \frac{4}{20} = 1$$

يمكن التّحقق من أنّ مجموع التكرارات النسبيّة يساوي 1.

التكرار النّسبي للقيمة 7 هو $\frac{25}{x}$ حيث x عدد العائلات.

مجموع التكرارات يساوي 125.

مجموع التكرارات النسبيّة يساوي 1.

متوسطة حي واد النيل للبنين

الإجابة صحيح.

19 إنشاء أشكال هندسيّة بسيطة (1)

الكفاءات المستهدفة

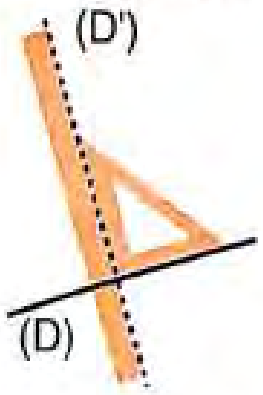
- إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم معلوم ويشمل نقطة معلومة.
- إنشاء مستقيم موازٍ لمستقيم معلوم ويشمل نقطة معلومة.

مكتسبات

- استعمال أدوات الرّسم (مسطرة، مدور، كوس، منقلة، ...).
- مفاهيم هندسية أوليّة.

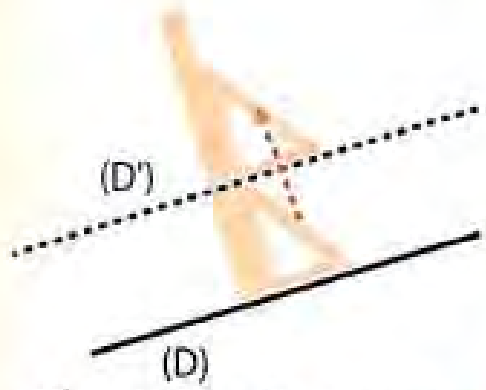
ما يلزمك معرفته

① المستقيمان المتعامدان



- يوجد مستقيم وحيد عموديّ على مستقيم معلوم ويشمل نقطة معلومة.

② المستقيمان المتوازيان



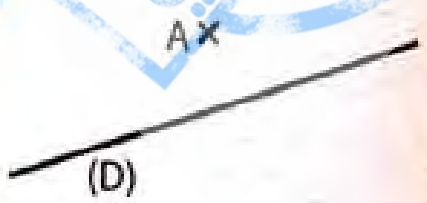
- يوجد مستقيم وحيد يوازي مستقيما معلوما ويشمل نقطة معلومة.

- إذا كانت النّقطة A تنتمي إلى المستقيم (D) فإنّ المستقيم الذي يشمل النقطة A ويوازي (D) هو المستقيم (D) نفسه.

- المستقيمان العموديان على ثالث متوازيان.

تمارين

1. أجب بـ: صحيح أو خطأ



	الجواب
1. يمكن رسم أكثر من مستقيم يشمل النّقطة A و يعامد (D).	
2. يمكن رسم مستقيم وحيد يشمل النّقطة A ويعامد (D)	
3. لا يمكن رسم سوى مستقيم واحد يشمل النّقطة A ويوازي (D).	

2. 1. ارسم قطعة مستقيم $[AB]$، ونصف المستقيم $[Ax)$ ليس لهما نفس الحامل، وعلّم النّقط E و C و G من $[Ax)$ بحيث: $AE = EC = CG$.

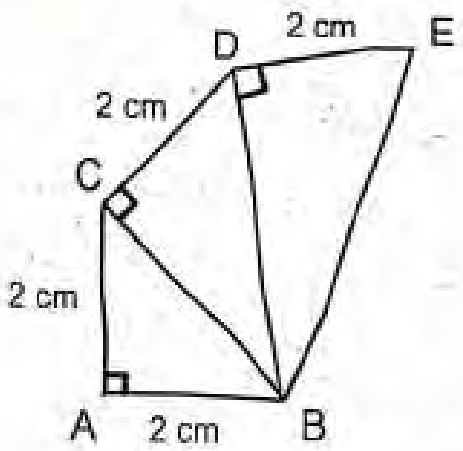
2. ارسم المستقيم الّذي يوازي (GB) ويشمل النّقطة C ، يقطع $[AB]$ في النّقطة C' .

3. ارسم المستقيم الّذي يوازي (GB) ويشمل النّقطة E ، يقطع $[AB]$ في النّقطة E'

- تحقّق من أنّ: $AE' = E'C' = C'B'$

3. هذا شكل مرسوم باليد فقط، حيث $AB = AC = CD = DE = 2\ cm$

أنجزه على كراسك باستعمال الأدوات الهندسيّة المناسبة، قس الطّول BE.



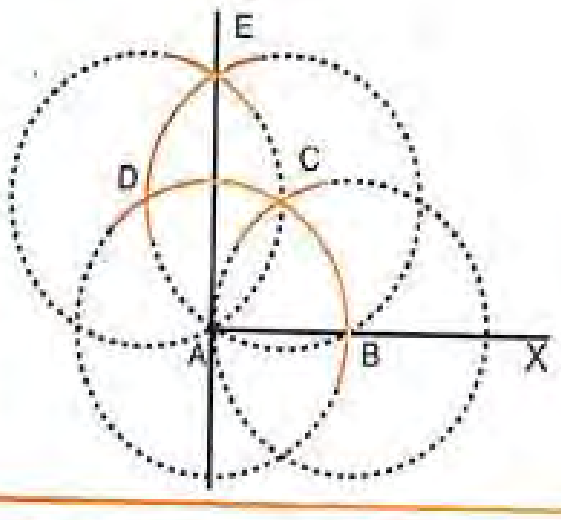
4. A و B و C و M أربع نقط كلّ ثلاث منها ليست على استقامة واحدة.

أنشئ باستعمال الأدوات الهندسيّة المناسبة مستقيمات (D_1) و (D_2) و (D_3) تشمل النّقطة M وتوازي المستقيمات: (AB) و (AC) أو (BC) على التّرتيب.

5. لإنشاء مستقيم عموديّ على نصف المستقيم $[Ax)$ ويشمل النّقطة A ،

أنجز أحمد الشكل المقابل:

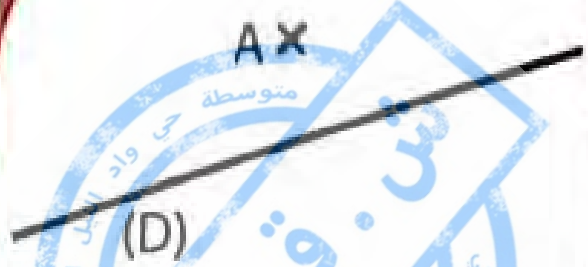
اكتب الخطوات التي اتّبعها أحمد.

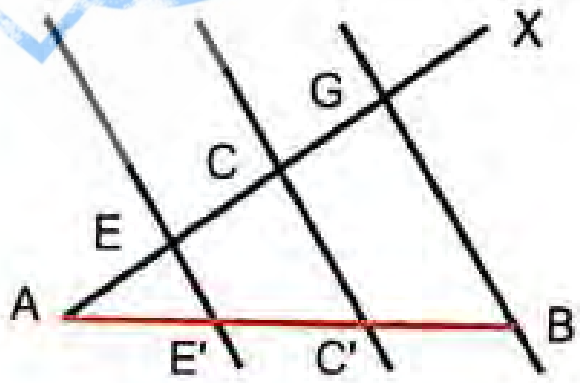


أصحيح أم خطأ ؟ المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان.

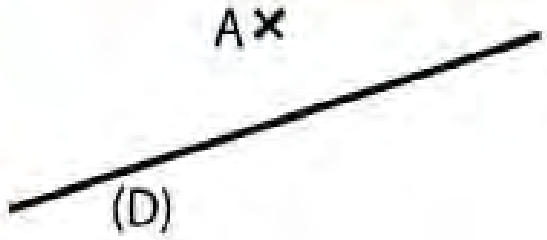
1.

	الجواب
4. يمكن رسم أكثر من مستقيم يشمل النقطة A و يعامد (D).	خطأ
5. يمكن رسم مستقيم وحيد يشمل النقطة A ويعامد (D)	صحيح
6. لا يمكن رسم سوى مستقيم واحد يشمل النقطة A ويوازي (D).	صحيح

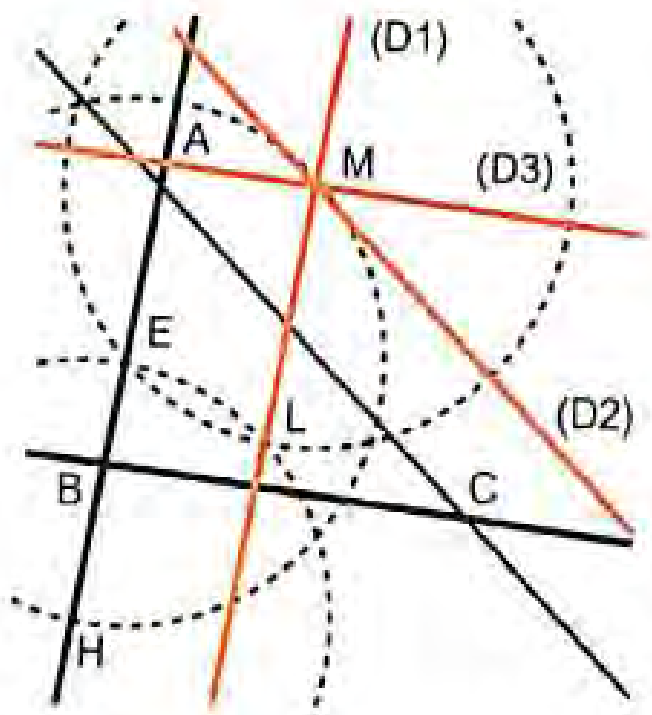




2. التّحقّق من أنّ: $AE' = E'C' = C'B$
يكون بواسطة المدور.



3. نرسم قطعة مستقيم $[AB]$ طولها $2cm$،
ثم ننشئ مستقيما عموديا على $[AB]$ في النقطة A،
نفتح المدور فتحة قدرها $2cm$ ونعلّم النقطة C.
ثمّ نكمل بنفس الطريقة بالنّسبة إلى النقطتين D و E.
ثمّ نصل بين النقطتين E و B.
عندما نقيس BE نجد $BE = 4cm$



4. باستعمال المدور والمسطرة:
لإنشاء المستقيم (D_1)، نرسم قوس دائرة مركزها M تقطع (AB) في النقطة E.
بنفس فتحة المدور نرسم قوس دائرة مركزها E تقطع (AB) في النقطة H.
بنفس فتحة المدور نرسم قوس دائرة مركزها H تقطع قوس الدائرة التي مركزها M في النقطة L. (D_1) هو المستقيم الذي يشمل النقطتين L و M بالطريقة نفسها ننشئ (D_2) و(D_3).

5. اتبع أحمد الخطوات الآتية: رسم قوس دائرة مركزها A تقطع $[Ax)$ في النقطة B، بفتحة المدور نفسها رسم قوس دائرة مركزها B تقطع قوس الدائرة التي مركزها A في النقطة C، بفتحة المدور نفسها رسم قوس دائرة مركزها C تقطع قوس الدائرة التي مركزها A في النقطة D، بفتحة المدور نفسها رسم قوس دائرة مركزها D تقطع قوس الدائرة التي مركزها C في النقطة E، ثمّ رسم المستقيم (AE).

20 إنشاء أشكال هندسيّة بسيطة (2)

الكفاءات المستهدفة

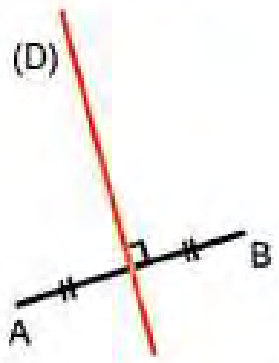
• إنشاء محور قطعة مستقيم.

مكتسبات

- استعمال أدوات الرّسم (مسطرة، مدور، كوس، منقلة، ...)
- مفاهيم هندسيّة أوليّة.

ما يلزمك معرفته

① محور قطعة مستقيم



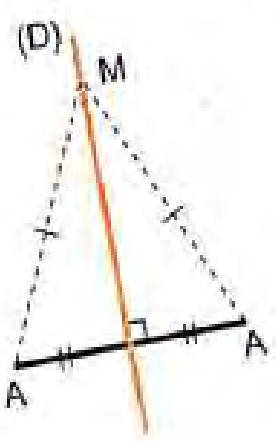
• (CD) محور $[AB]$ معناه

1. المستقيم (CD) يشمل منتصف $[AB]$.

و

2. المستقيم (CD) عموديّ على $[AB]$.

• محور قطعة مستقيم هو مجموعة النّقط متساوية المسافة في طرفيها.



• محور قطعة مستقيم هو محور تناظر لها

تمارين

1. $[CD]$ قطعة مستقيم، A نقطة لا تنتمي إلى حاملها كما في الشكل المقابل. أنشئ النّقطة B بحيث يكون: (CD) محور $[AB]$.

2. اتّبع الخطوات الآتية وأنجز شكلا مناسبا.

1. ارسم قطعة مستقيم $[AB]$.
2. افتح المدور بقدر أكبر من نصف AB، وارسم قوس دائرة مركزها A.
3. بفتحة المدور نفسها ارسم قوس دائرة مركزها B تقطع القوس الأولى في النّقطة C.
4. غيّر فتحة المدور (أكبر من نصف AB) وارسم قوس دائرة مركزها A.
5. بفتحة المدور نفسها ارسم قوس دائرة مركزها B تقطع القوس الأخيرة في النّقطة D.
6. ارسم المستقيم (CD)

• بيّن لماذا المستقيم (CD) محور $[AB]$ ؟

3. $[AB]$ قطعة المستقيم داخل حيزّ كما في الشكل. هل تستطيع إنشاء محور $[AB]$ باستعمال المدور والمسطرة على أن تستغل هذا الحيزّ فقط.

4. ارسم مستقيما (D) وعلّم نقطتين A و B لا تنتميان إليه ومن الجهة نفسها بالنسبة إلى (D).
أنشئ النّقطة B' نظيرة النّقطة B بالنسبة إلى (D)، سمّ C نقطة تقاطع $[AB']$ و (D).

أ) علّم نقطة M من (D)، قس كلاّ من $[AC]$ و $[CB]$ و $[AM]$ و $[MB]$، ثمّ قارن بين:

$$AC + CB \quad \text{و} \quad AM + MB$$

ب) بيّن أنّ $AC + CB = AB'$

5. لرسم محور قطعة مستقيم $[AB]$ اتّبع سامي الخطوات الآتية.

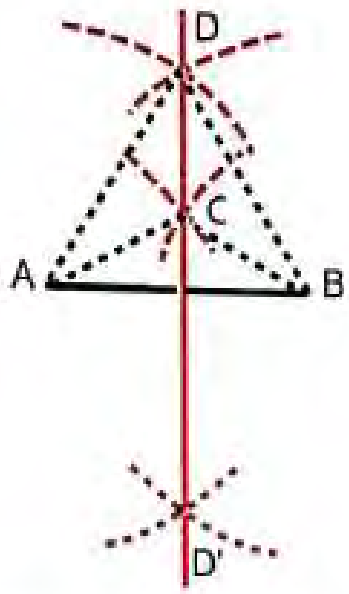
1. رسم قطعة المستقيم $[AB]$.
2. رسم قوسين من دائرة مركزها A من جهتين مختلفتين بالنّسبة إلى القطعة $[AB]$.
3. غيّر فتحة المدور ورسم قوسين من دائرة مركزها B تقطعان القوسين السّابقتين في النّقطتين C و D.
4. رسم المستقيم (CD).

واعتبر المستقيم (CD) محور $[AB]$. هل إنشاء سامي صحيح ؟

أصحيح أم خطأ ؟ كلّ نقطة غير متساوية المسافة عن طرفي قطعة مستقيم لا تنتمي إلى محور هذه القطعة.

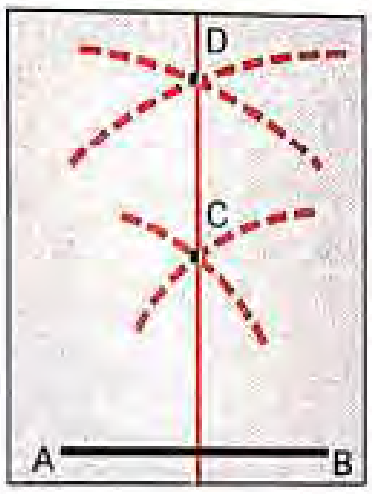
حلول التمارين

1. نرسم دائرة مركزها A، تقطع المستقيم $[CD]$ في النقطة M وتقطع حاملها في النقطة N، بنفس فتحة المدور نرسم قوسي دائرتين مركزاهما M وN وتشملان النقطة A، فتقطعان في النقطة B.



2. النقطتان C وD متساويتا المسافتين في طرفي القطعة $[AB]$ ومنه المستقيم (CD) هو محور للقطعة $[AB]$.

ملاحظة: النقطة D يمكن أنْ تكون في الجهة الأخرى بالنسبة إلى $[AB]$.



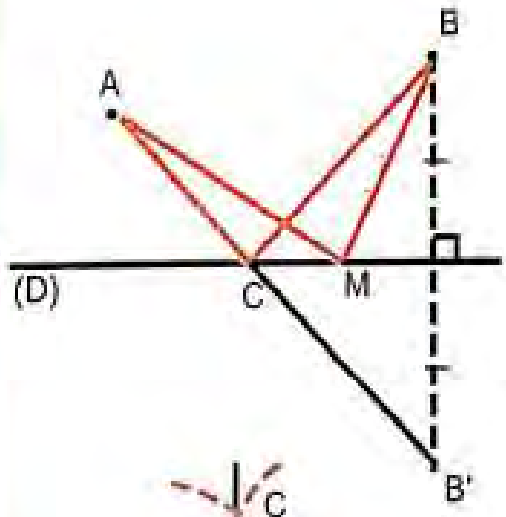
3. نفتح المدور بقدر أكبر من نصف AB، ونرسم قوس دائرة مركزها A.

بفتحة المدور نفسها نرسم قوس دائرة مركزها B تقطع القوس الأولى في النقطة C.

نغيّر فتحة المدور (بقدر أكبر من نصف AB) ونرسم قوس دائرة مركزها A.

بفتحة المدور نفسها نرسم قوس دائرة مركزها B. تقطع القوس الأخيرة في النقطة D.

المستقيم (CD) هو محور للقطعة $[AB]$.



4. أ) أينما وضعت النقطة M حيث تختلف عن C.

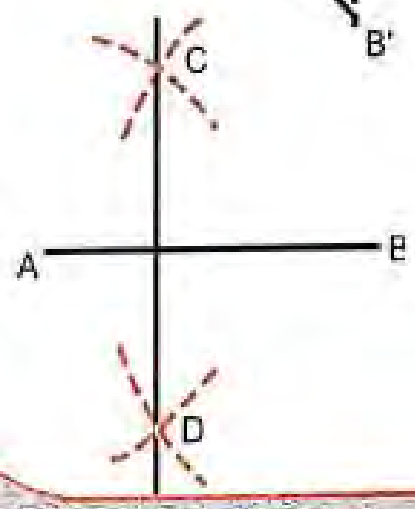
تجد أنّ:

$$AM + MB > AC + CB$$

ب) بما أنّ B' نظيرة B بالنسبة إلى المستقيم (D)

فإنّ $CB = CB'$

ومنه أنّ $AC + CB = AC + CB' = AB'$



5. إنشاء سامي غير صحيح (لاحظ أنّ المستقيم (CD) لا يشمل منتصف القطعة $[AB]$.

إرشادات وتوجيهات

- نعني فتحة المدور نفسها أننا لا نغير فتحة المدور.
- محور قطعة مستقيم هو مجموعة النقط متساوية المسافة عن طرفيها.
- مجموعة النقط المتساوية المسافة في طرفي قطعة مستقيم هي محورها.
- في التمرين (3) نوظف ما اكتسبناه من التمرين (2)
- النقط A وC وB على استقامة واحدة ومنه $AC + CB = AB$
- (CD) محور $[AB]$ معناه المستقيم (CD) يشمل منتصف $[AB]$ والمستقيم (CD) عموديٌ على $[AB]$.

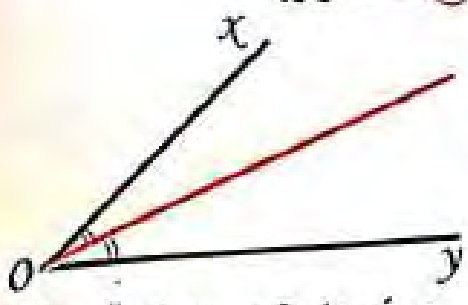
الإجابة صحيح.

21 إنشاء أشكال هندسيّة بسيطة (3)

الكفاءات المستهدفة
• إنشاء منصّف زاوية.

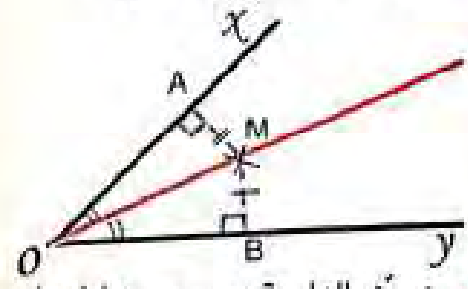
مكتسبات
- استعمال أدوات الرّسم (مسطرة، مدور، كوس، منقلة، ...)
- مفاهيم هندسيّة أوليّة.

ما يلزمك معرفته
① منصّف زاوية

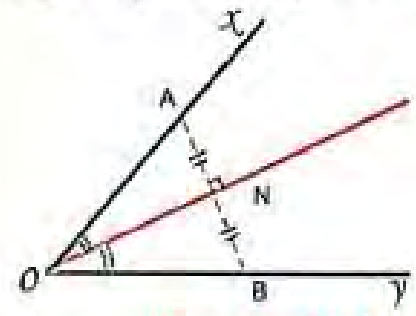


• منصّف زاوية هو نصف المستقيم الّذي يقسمها إلى زاويتين متساويتين (أي لهما القيس نفسه).

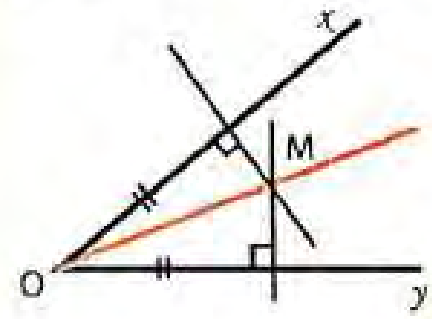
• منصّف زاوية هو مجموعة النّقط متساوية المسافة عن ضلعيها.



• منصّف الزاوية هو محور تناظرها.



إجراءات وتقنيات
- يمكن استعمال المنقلة لرسم منصّف زاوية ولكنّه يبقى مجرّد رسم تقريبيّ.
- يمكن إنشاء منصّف الزّاوية باستعمال التّقنية الموضّحة في الشكل:



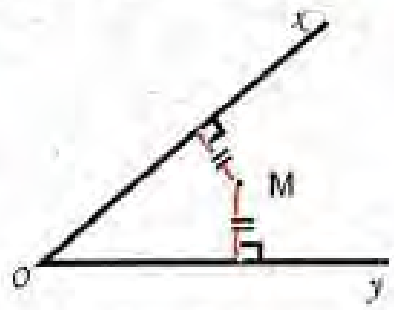
تمارين

1. 1. ارسم زاوية $\widehat{xoy}$، وعلّم نقطتين A و B من $[Ox)$ و نقطتين C و D من $[Oy)$ بحيث يكون: $OA = OC$ و $OB = OD$
2. ارسم القطعتين $[AD]$ و $[BC]$ تتقاطعان في النّقطة E.
• هل نصف المستقيم $[OE)$ هو منصّف للزاوية $\widehat{xoy}$ ؟ تحقّق من ذلك باستعمال المنقلة.

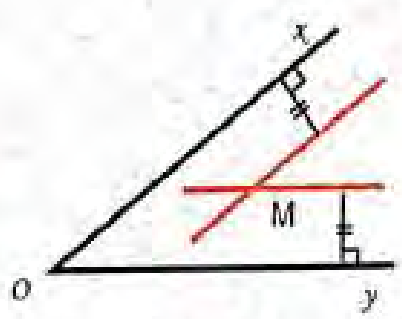
2. 1. ارسم مثلثا متساوي السّاقين ABC رأسه الأساسي A.
2. ارسم المستقيم (D) الذي يشمل النّقطة A ويعامد (BC).
3. سمّ M نقطة تقاطع (D) و $[BC]$.
• تحقّق من أن M منتصف $[BC]$.
• بيّن أن $[AM)$ منصّف الزّاوية BAC.

3. من بين النّصوص الآتية ثلاثة لها المعنى نفسه، ميزّها بوضع العلامة X في الخانة المناسبة.
- [ ] 1. نصف المستقيم $[Oz)$ منصّف للزاوية $\widehat{xoy}$.
- [ ] 2. نصف المستقيم $[Oz)$ داخل الزاوية $\widehat{xoy}$.
- [ ] 3. نصف المستقيم $[Oz)$ هو مجموعة النقط متساوية المسافة عن ضلعي الزاوية $\widehat{xoy}$.
- [ ] 4. نصف المستقيم $[Oz)$ يقسم الزاوية $\widehat{xoy}$ إلى زاويتين متجاورتين.
- [ ] 5. نصف المستقيم $[Oz)$ محور تناظر للزاوية $\widehat{xoy}$.

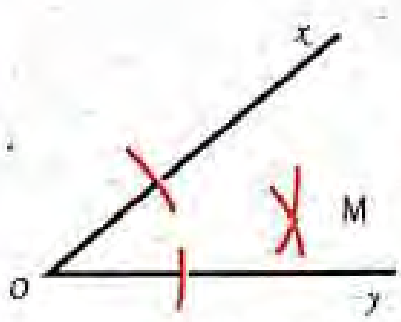
4. لاحظ الأشكال (1)، (2)، (3) الآتية:



شكل (1)



شكل (2)



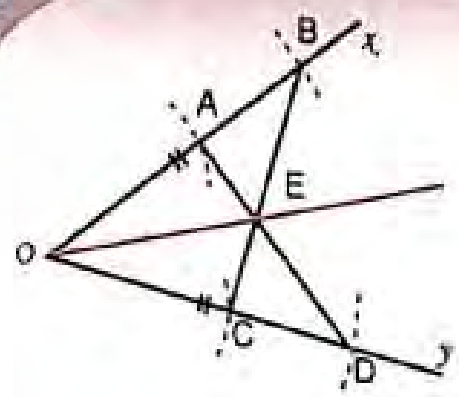
شكل (3)

• في أي شكل تقول: أنّ $[OM)$ منصّف الزاوية $\widehat{xoy}$ ؟ برّر جوابك.

5. 1. ارسم ثلاثة أنصاف مستقيمات $[Ox)$، $[Oy)$، $[Oz)$ بحيث الزاوية $\widehat{xOy}$ مستقيمة.
2. أنشئ $[OM)$ منصّف الزاوية $\widehat{xOz}$.
3. أنشئ $[ON)$ منصّف الزاوية $\widehat{zOy}$.
• ما هو قيس الزاوية $\widehat{MON}$ ؟ برّر جوابك.

أصحيح أم خطأ ؟ ضلعا كلّ زاوية متناظران بالنسبة إلى منصّفها.

حلول التمارين

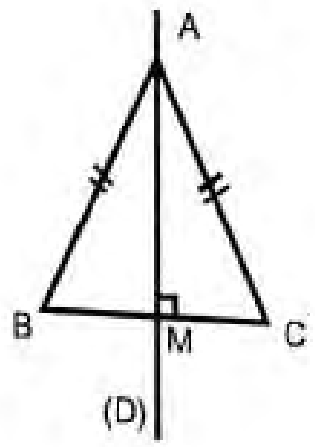


1. 1. نرسم زاوية $\widehat{xoy}$ ، ونعلّم نقطتين A و B من $[Ox)$

نفتح المدور فتحة مساوية للطّول OA ونعلّم النّقطة C من $[Oy)$، ثمّ نفتح المدور فتحة مساوية للطّول OB ونعلّم النّقطة D من $[Oy)$

2. نرسم القطعتين $[AD]$ و $[BC]$ المتقاطعتين في النّقطة E

باستعمال المنقلة نتحقّق من أن نصف المستقيم $[OE)$ هو منصّف للزّاوية $\widehat{xoy}$



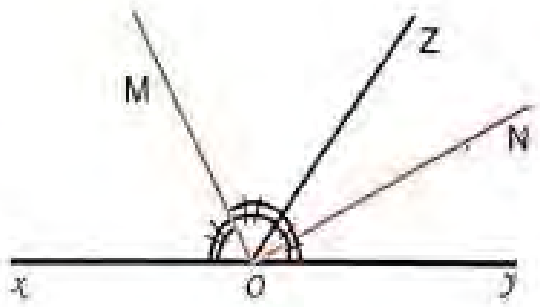
2. نتحقق من أنّ M منتصف $[BC]$ بواسطة المدور حيث النّقطتان A و B تنتميان إلى دائرة مركزها M.

• في التّناظر بالنّسبة إلى المستقيم (D) النّقطة A نظيرة نفسها و النّقطتان B و C متناظرتان، $[AM]$ محور تناظر للزّاوية $\widehat{BAC}$ فهو منصف لها.

3.

- [X] 1. نصف المستقيم $[Oz)$ منصّف للزّاوية $\widehat{xoy}$.
- [ ] 2. نصف المستقيم $[Oz)$ داخل الزّاوية $\widehat{xoy}$.
- [X] 3. نصف المستقيم $[Oz)$ هو مجموعة النّقط المتساوية المسافة عن ضلعي الزّاوية $\widehat{xoy}$.
- [ ] 4. نصف المستقيم $[Oz)$ يقسّم الزّاوية $\widehat{xoy}$ إلى زاويتين متجاورتين.
- [X] 5. نصف المستقيم $[Oz)$ محور تناظر للزّاوية $\widehat{xoy}$.

• 4. في الشكل(1) نصف المستقيم $[OM)$ منصّف الزّاوية $\widehat{xoy}$ لأنّ النّقطة M متساوية المسافة عن ضلعي الزّاوية $\widehat{xoy}$ وكذلك بالنسبة إلى الشكل(2)



5.

قيس الزّاوية $\widehat{MON}$ هو $90°$.

لأنّ الزّاوية $\widehat{MOZ}$ هي نصف الزّاوية $\widehat{XOZ}$.

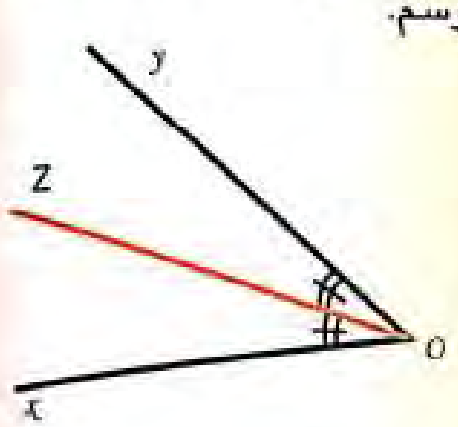
والزّاوية $\widehat{ZON}$ هي نصف الزّاوية $\widehat{ZOY}$.

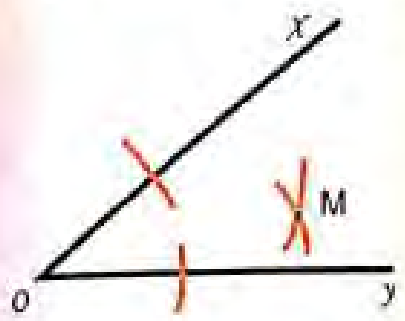
وبما أنّ $\widehat{XOZ} + \widehat{ZOY} = 180°$ فإنّ: $\widehat{MON} = \widehat{MOZ} + \widehat{ZON} = 90°$.

الإجابة صحيح، لأنّ منصّف الزّاوية هو محور تناظرها.

إرشادات وتوجيهات

- تجنب رسم زاوية خاصة إلاّ إذا طلب منك ذلك بصريح النصّ في المسألة.
- تعليم النّقطتين A و B من $[Ox)$ بحيث A و B تختلفان عن النّقطة O.
- $MC = MB$ ومنه M منتصف القطعة $[BC]$
- منصّف الزّاوية هو محور تناظرها
- يمكن في التّمرين (3) الاستعانة برسم.





- في الشكل (3) المسافة بين النّقطة M و $[Ox)$ أكبر من المسافة بين النّقطة M و $[Oy)$.
- قيس الزّاوية المستقيمة هو $180°$ وقيس الزّاوية القائمة هو $90°$.

22 إنشاء أشكال هندسية بسيطة (4)

الكفاءات المستهدفة

- إنشاء المثلثات الخاصة.
- إنشاء: مربع، مستطيل، معين، دائرة، قوس دائرة

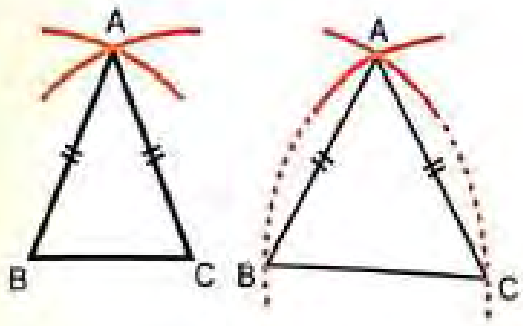
مكتسبات

- استعمال أدوات الرسم (مسطرة، مدور، كوس، منقلة، ...)
- مفاهيم هندسية أولية.

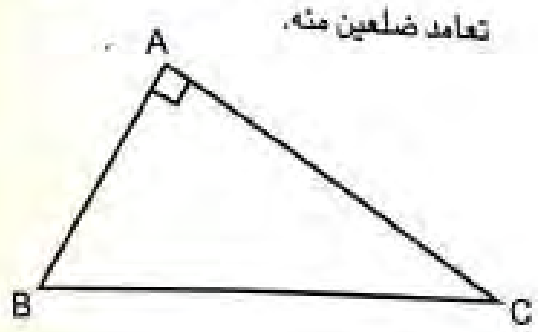
ما يلزمك معرفته

① المثلثات الخاصة

- لإنشاء مثلث متقايس الأضلاع: يمكن الاعتماد على تقايس أضلاعه
- لإنشاء مثلث متساوي الساقين: يمكن الاعتماد على ضلعيه المتقايسين



- لإنشاء مثلث قائم: يمكن الاعتماد على تعامد ضلعين منه.



② المربع، المستطيل، المعين

- لإنشاء مربع يمكن الاعتماد على: تعامد قطريه وتناصفهما وتقايسهما
- لإنشاء مستطيل يمكن الاعتماد على: تناصف قطريه وتقايسهما.
- لإنشاء معين يمكن الاعتماد على: تقايس أضلاعه.
- قطرا المعين متعامدان ومتناصفان.

③ الدائرة

لإنشاء دائرة يمكن الاعتماد على:

- مركزها ونصف قطرها.

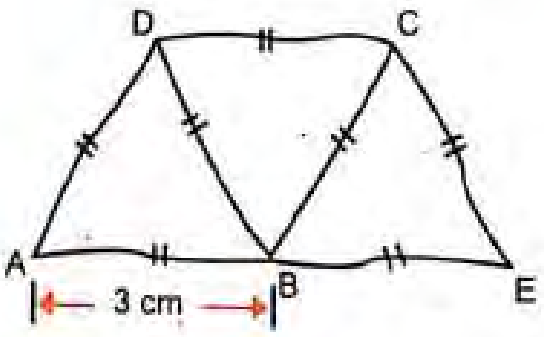
أو

- ثلاث نقط متمايزة منها.

تمارين

1. ارسم قطعة مستقيم $[AB]$ طولها $3cm$، ونصف مستقيم $[Ax)$ حيث الزاوية $\widehat{BAx} = 60°$. ارسم الدائرة (C) مركزها A ونصف قطرها $3cm$ الدائرة (C) تقطع $[Ax)$ في النقطة D. احسب محيط المثلث ABD.

2. ارسم قطعة مستقيم $[AB]$، ونصف مستقيم $[Ax)$ حيث الزاوية $\widehat{BAx} = 45°$. ارسم دائرة (C) مركزها B ونصف قطرها AB. الدائرة (C) تقطع $[Ax)$ في النقطة E.
ما طبيعة المثلث ABE؟



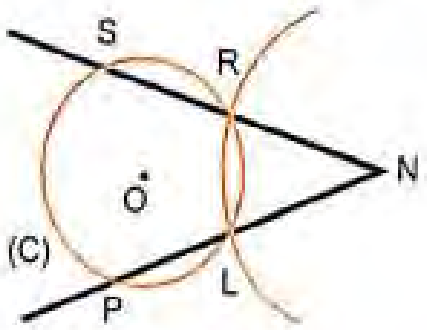
3. الشكل المقابل مرسوم باليد الحرة (أي دون استعمال الأدوات الهندسية) وفيه المثلثات: ABC و BDC و BDE متقايسة الأضلاع.
- أعد رسم الشكل بدقة.
- هل النقط A و B و E على استقامة واحدة؟ برر جوابك.

4. ارسم قطعة مستقيم $[AC]$ كما في الشكل. باستعمال المدور والمسطرة أكمل إنشاء المربع $ABCD$.

5. ارسم قطعة مستقيم $[AC]$ كما في شكل التمرين السابق. باستعمال المدور والمسطرة أكمل إنشاء المستطيل $ABCD$.
- كم مستطيلا يمكنك رسمه؟

6. ارسم قطعة مستقيم $[AC]$ كما في شكل التمرين (4). باستعمال المدور والمسطرة أكمل إنشاء المعين $ABCD$.
- كم معينا يمكنك رسمه؟

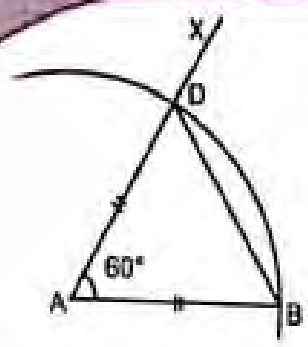
7. ارسم دائرة (C) مركزها O، وعلّم نقطة N خارجها. ارسم دائرة مركزها N بحيث تقطع الدائرة (C) في النقطتين L و R. ارسم نصفي المستقيمين $[NL)$ و $[NR)$، يقطعان الدائرة (C) في النقطتين P و S على الترتيب.



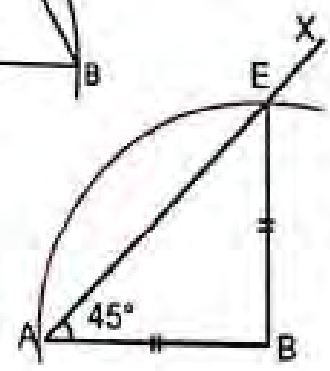
1. ما نوع كل من المثلثين NLR و NPS؟
2. بيّن أن محاور القطع $[PL]$ و $[PS]$ و $[SR]$ و $[RL]$ متقاطعة في نقطة، يطلب تعيينها.

أصحيح أم خطأ؟ إذا كان قطرا رباعي متعامدين فهو معين.

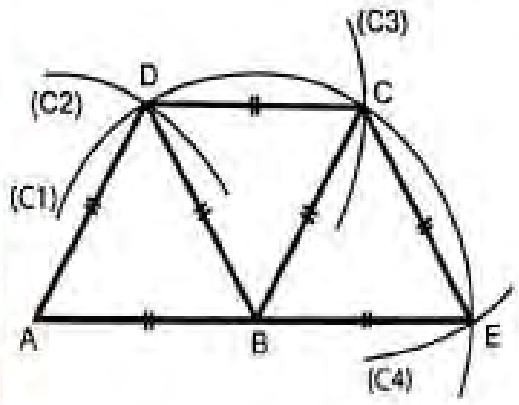
حلول التمارين



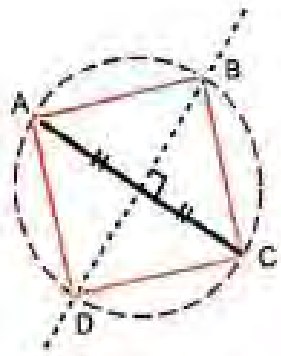
1. المثلّث ABD متقايس الأضلاع ، ومنه محيطه يساوي $9cm$ $(3 + 3 + 3 = 9)$



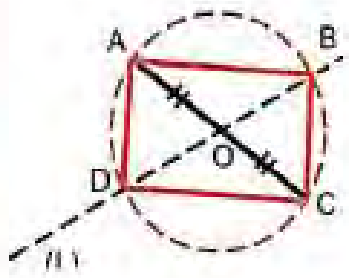
2. لدينا $AE = EB$ (من الدائرة (C))
المثلّث ABE متساوي الساقين رأسه B.
وبما أنّ $\widehat{BEA} = \widehat{BAE} = 45°$ فإنّ $\widehat{ABE} = 90°$
والمثلث $\widehat{ABE}$ قائم في B.



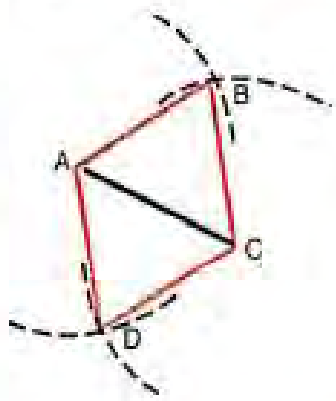
3. نرسم قطعة مستقيم $[AB]$ طولها $3cm$، ونفتح المدور بقدر $3cm$ ، ونرسم أقواس الدوائر (C_1) و(C_2) و (C_3) و(C_4) مراكزها B و A وD وC على التّرتيب (أنظر الشكل).
ثمّ نصل بين النّقط لإكمال الشكل المطلوب.
لدينا $\widehat{ABD} = \widehat{DBC} = \widehat{CBE} = 60°$ ومنه
$\widehat{ABD} + \widehat{DBC} + \widehat{CBE} = 180°$.
أي $\widehat{ABE} = 180°$ والنّقط A و B و E على استقامة واحدة.



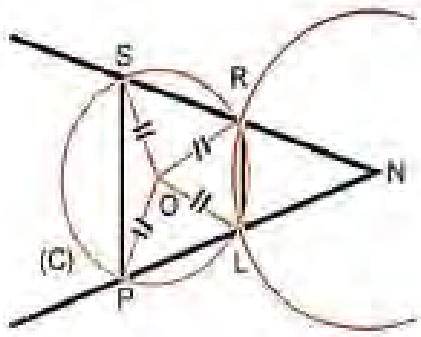
4. ننشئ محور قطعة مستقيم $[AC]$، نرسم الدائرة (T) مركزها منتصف $[AC]$ وتشمل النقطة A، الدائرة (T) تقطع محور القطعة $[AC]$ في النقطتين B و D. وبذلك نحصل على المربّع $ABCD$.



5. ننشئ النّقطة O منتصف القطعة $[AC]$، نرسم دائرة مركزها O ونصف قطرها AO، نرسم مستقيما (L) يشمل النّقطة O، يقطع الدّائرة (C) في النّقطتين B و D. وبذلك نحصل على المستطيل $ABCD$.



6. نفتح المدور فتحة أكبر من نصف AC نرسم قوسي دائرة مركزها A ،بنفس فتحة المدور نرسم دائرة مركزها C تقطع القوسين السّابقتين في النّقطتين B وD. وبذلك نحصل على المعيّن $ABCD$.
يمكن رسم عدد غير منته من المعيّنات التّي قطرها AC.



7. 1. المثلّث NLR متساوي الساقين لأنّ $NR = NL$
(النّقطتان R وL تنتميان إلى الدّائرة نفسها)
المثلّث NPS متساوي الساقين لأنّ $NP = NS$
(النّقطتان P وS تنتميان إلى الدائرة نفسها)
2. النّقط R و L و P و S تنتمي إلى الدّائرة نفسها (C)
منه فإنّ محاور القطع $[PL]$ و $[PS]$ و $[SR]$ و$[RL]$ متقاطعة في النّقطة O مركز الدّائرة (C).

إرشادات وتوجيهات

- إذا كان في مثلّث ضلعان متقايسين وقيس الزّاوية المحصورة بينهما $60°$ فإن المثلّث متقايس الأضلاع.
- إذا تقايست أضلاع مثلّث أو تقايست زواياه فإن هذا المثلّث متقايس الأضلاع.
- إذا تقايس ضلعا مثلّث أوتقايست زاويتان فيه فإن هذا المثلّث متساوي السّاقين.
- قيس كل زاوية في مثلّث متقايس الأضلاع $60°$.
- قطرا المربّع متعامدان ومتناصفان.
- قطرا المستطيل متقايسان ومتناصفان.
- قطرا المعيّن متعامدان ومتناصفان.
- كلّما غيرنا فتحة المدور الأكبر من نصف AC نحصل على معيّن.

الإجابة خطأ، لا يكفي التّعامد، بل يلزم أنّ يكون القطران متعامدين ومتناصفين.

23 التّناظر المركزيّ (1)

الكفاءات المستهدفة

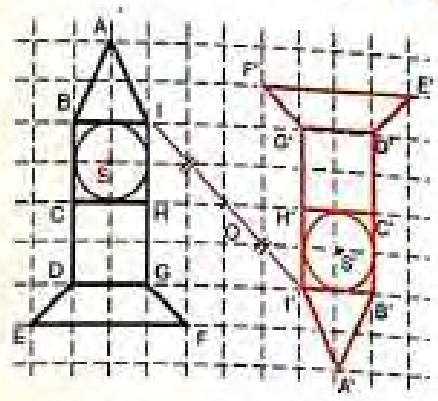
- التّعرف على أشكال متناظرة بالنّسبة إلى نقطة.
- إنشاء نظير شكل أوّليّ: نقطة ، قطعة مستقيم ، مستقيم ، نصف مستقيم ، زاوية ، دائرة.

مكتسبات

- التّناظر المحوري.
- إنشاء أشكال هندسية بسيطة.

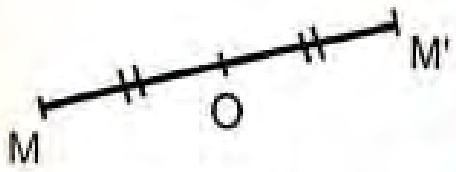
ما يلزمك معرفته

① الأشكال المتناظرة بالنّسبة إلى نقطة



- نقول عن شكلين إنّهما متناظران بالنّسبة إلى نقطة O إذا أمكن تطبيق أحدهما على الآخر بنصف دورة مركزها O.
- يمكن للنّقطة O أن تكون من الشكل.

② نظير نقطة



- نظير نقطة M بالنّسبة إلى نقطة O هي نقطة M' بحيث النّقطة O منتصف $[MM']$.

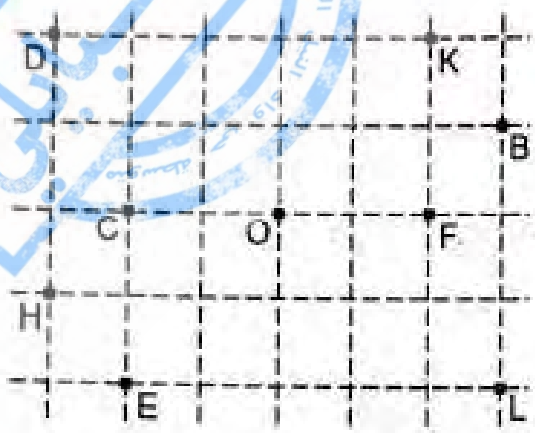
ونقول أيضا:

- إنّ النّقطتين M و M' متناظرتان بالنّسبة إلى النقطة O.
- إنّ النّقطة M' هي نظيرة النّقطة M بالتّناظر المركزيّ الّذي مركزه O.

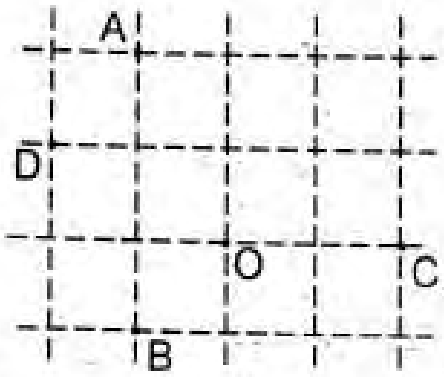
ملاحظة: نظيرة النّقطة O بالتّناظر المركزيّ الّذي مركزه O هي النّقطة O نفسها.

تمارين

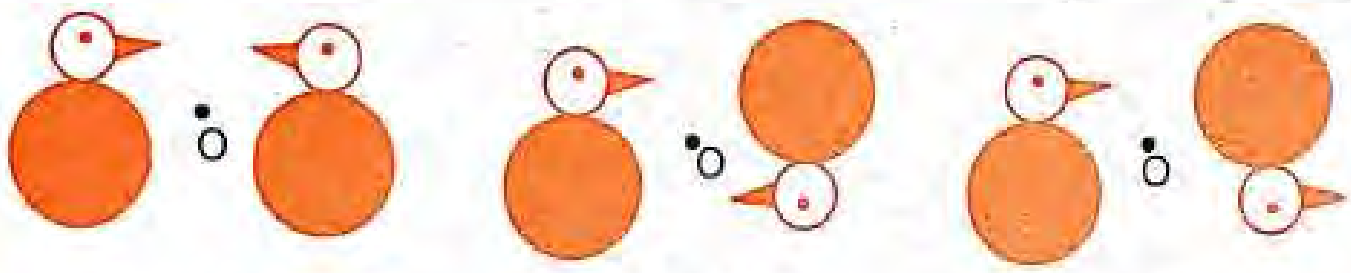
1. لاحظ الشكل المقابل. ثمّ اذكر النقطة ونظيرتها بالنّسبة إلى النّقطة O.



2. انقل الرّسم على ورقة مسطّرة، ودون استعمال الأدوات الهندسيّة علّم نظائر النقط A ، B ، C ، D بالنسبة إلى النقطة O.

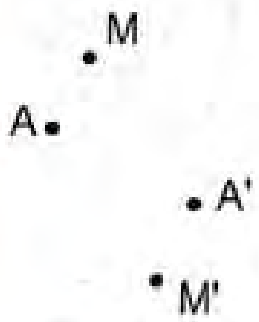


3. بيّن في أية حالة من الحالات الثلاث الآتية يمكن تطبيق إحدى الصوّرتين على الأخرى بنصف دورة حول النّقطة O؟ ثم أكمل الجملة: في الشكل . . . الصوّرتان متناظرتان بالنّسبة إلى النّقطة O.



الشّكل (1) الشّكل (2) الشّكل (3)

4. ارسم دائرة (C) مركزها O ونصف قطرها $2cm$. وارسم $[AB]$ قطرا فيها.
بيّن لماذا النّقطتان B و A متناظرتان بالنّسبة إلى النّقطة O.



5. في الشكل الآتي أنشأ سمير النّقطتين M' و A' نظيرتي النّقطتين M و A بالنّسبة إلى نقطة O على التّرتيب، ثم مسح أثر النّقطة O.
- فهل يمكنك باستعمال مسطرة غير مدرّجة فقط تعيين النّقطة O؟

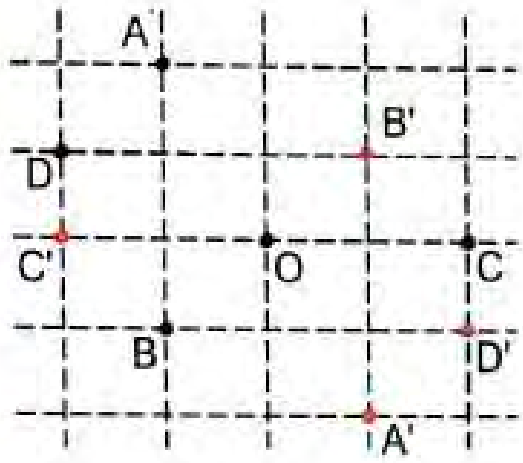
6. علّم نقطتين متمايزتين M و O. باستعمال المدور فقط (أيّ دون استعمال المسطرة أو الكوس) أنشئ النّقطة M' نظيرة النّقطة M بالنّسبة إلى النّقطة O.

أصحيح أم خطأ ؟ إذا كان $OM = OM'$ فإنّ النّقطتين M و M' متناظرتان بالنّسبة إلى النّقطة O.

حلول التمارين

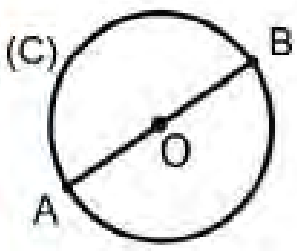
1. النّقطة D نظيرة النّقطة L بالنّسبة إلى النّقطة O.
النّقطة C نظيرة النّقطة F بالنّسبة إلى النّقطة O.
النّقطة H نظيرة النّقطة B بالنّسبة إلى النّقطة O.
النّقطة E نظيرة النّقطة K بالنّسبة إلى النّقطة O.
النّقطة O نظيرة نفسها بالنّسبة إلى النّقطة O.

2. تعليم نظائر النقط A ، B ، C ، D بالنسبة إلى النقطة O.

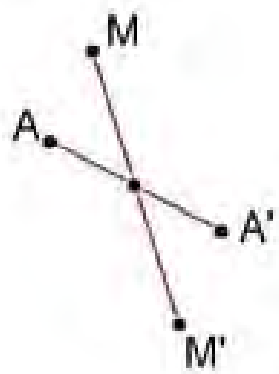


3. في الشكل (2) يمكن تطبيق إحدى الصّورتين على الأخرى بنصف دورة حول النّقطة O.

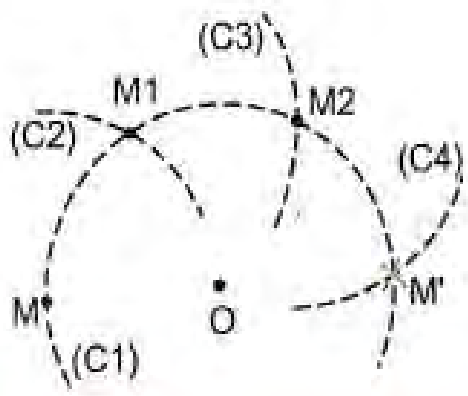
4. النّقطتان B و A متناظرتان بالنّسبة إلى النّقطة O لأن النقطة O منتصف القطعة $[AB]$.



5. يمكنك استعمال مسطرة غير مدرّجة فقط لتعيين النّقطة O.
النّقطة O هي نقطة تقاطع القطعتين $[AA']$ و $[MM']$ و هي أيضا منتصف كلّ من القطعتين $[AA']$ و $[MM']$ لأن النقطتين A و A' والنّقطتين M و M' متناظرتان بالنسبة إلى النّقطة O.



6. نعلّم نقطتين متمايزتين M و O ، ونفتح المدور بقدر OM، ونرسم أقواس الدوائر (C_1) و (C_2) و (C_3) و (C_4) مراكزها O و M و M_1 و M_2 على التّرتيب (أنظر الشكل). نحصل على النّقطة M' نظيرة النّقطة M بالنسبة إلى النّقطة O.



إرشادات وتوجيهات

- نقول: إنّ النّقطة C نظيرة النّقطة F بالنّسبة إلى النّقطة O.
كما نقول: إنّ النقطة F نظيرة النقطة C بالنّسبة إلى النّقطة O.
- نعتمد على مربّعات رصف الورقة.
- يمكن التّحقق باستعمال الورق الشّفّاف.
- لاحظ أن نظيرة النقطة B تنتمي إلى نصف المستقيم $[BO)$ والدائرة التي مركزها O ونصف قطرها OB.
- نرسم القطعة $[AA']$ والقطعة $[MM']$، نقطة تقاطعهما هي النقطة O.
- للتّبرير عُدْ إلى حلّ التّمرين (3) من البطاقة الرّابعة لإنشاء أشكال هندسيّة بسيطة.

الإجابة خطأ، في حالة النّقط M و M' و O ليست على استقامة واحدة.

24 التّناظر المركزيّ (2)

الكفاءات المستهدفة

• التعرف على خواص التناظر المركزي.

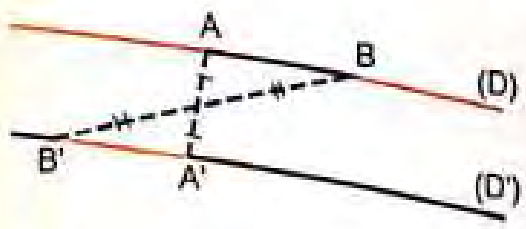
مكتسبات

- التناظر المحوري.
- إنشاء أشكال هندسية بسيطة.

ما يلزمك معرفته

① نظير قطعة مستقيم

نظير قطعة مستقيم $[AB]$ بالنّسبة إلى نقطة O هي قطعة مستقيم $[A'B']$ تقايسها وحاملاهما متوازيان بحيث النّقطتان A' و B' نظيرتا النّقطتين A و B بالنّسبة إلى النّقطة O على التّرتيب.



$AB = A'B'$ و $(AB) // (A'B')$

② نظير مستقيم

• نظير مستقيم (D) بالنّسبة إلى نقطة O هو مستقيم (D') يوازيه.

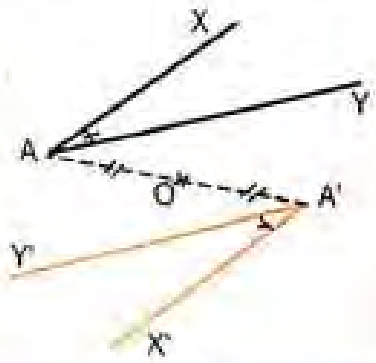
ملاحظتان:

1. في حالة O تنتمي إلى المستقيم (D) فإنّ نظير (D) بالنّسبة إلى النّقطة O هو المستقيم (D) نفسه.

2. نظائر نقط على استقامة واحدة بالنّسبة إلى نقطة هي نقط على استقامة واحدة.

③ نظير زاوية

• نظير زاوية $\widehat{xAy}$ بالنّسبة إلى النّقطة O هي زاوية $\widehat{x'A'y'}$ تقايسها، حيث: $[Ay)$ و $[Ay')$ متناظران بالنّسبة إلى النّقطة O، وكذلك $[Ax)$ و $[Ax')$.



تمارين

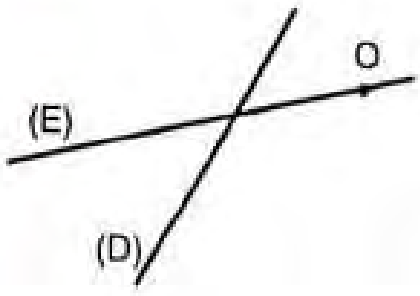
1. علّم ثلاث نقط على استقامة واحدة A ، B ، C، ونقطة O لا تنتمي إلى المستقيم (AB).

1. أنشئ النّقط A' ، B' ، C' نظائر النّقط A ، B ، C بالنّسبة إلى النّقطة O على التّرتيب.
2. ماذا تلاحظ بالنّسبة للنقط A' و B' و C'؟

2. علّم على ورقة غير مسطّرة أربع نقط M و L و S و O كلّ ثلاث منها ليست على استقامة واحدة.

1. أنشئ النّقط M' و L' و S' نظائر النّقط M و L و S بالنّسبة إلى النّقطة O على التّرتيب.
2. هل النّقط M' و L' و S' على استقامة واحدة؟

3. ارسم مستقيمين متقاطعين (D) و (E) و علّم نقطة O من المستقيم (E) كما في الشكل.



1. أنشئ المستقيم (D') نظير (D) بالنّسبة إلى النّقطة O.
2. أنشئ المستقيم (D'') نظير (D) بالنّسبة إلى المستقيم (E).
3. ماذا يمكن أن تقول عن المستقيمين (D) و (D')؟
4. ماذا يمكن أن تقول عن المستقيمين (D) و (D'')؟

4. أ) أنشئ مثلثًا $\widehat{ECL}$ قائما في C، حيث $CL = 2cm$ و $EL = 4cm$ قس كلاً من الزاويتين CEL و CLE.

ب) أنشئ النّقطتين E' و L' نظيرتي النّقطتين E و L بالنّسبة إلى النّقطة C على التّرتيب.

ج) ما هو قيس كلّ من الزاويتين $\widehat{CL'E'}$ و $\widehat{C'E'L'}$؟

د) ما نوع الرّباعيّ $EL'E'L$؟ برّر جوابك.

هـ) احسب محيط الرّباعيّ $EL'E'L$.

5. أ) أنشئ معينًا $OPQS$ حيث $OS = 2cm$ و $\widehat{POS} = 60°$.

ب) أنشئ الرّباعيّ $O_1P_1QS_1$ نظير $OPQS$ بالنّسبة إلى النّقطة Q. ما هو نوعه؟

ج) أنشئ الرّباعيّ $O_2P_2QS_2$ نظير $OPQS$ بالنّسبة إلى المستقيم (QS). ما هو نوعه؟

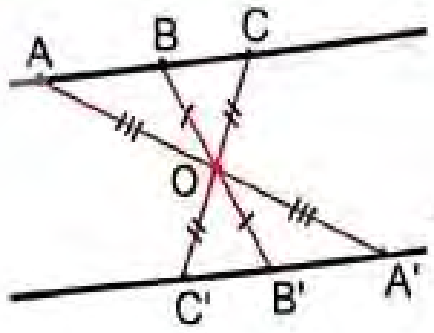
د) أنشئ الرّباعيّ O_3PQS_3 نظير $OPQS$ بالنّسبة إلى المستقيم (PQ).

هـ) بيّن أنّ النّقط O_3 و P و S و O_2 على استقامة واحدة.

أصحيح أم خطأ ؟ في الشكل المقابل الزاويتان $\widehat{xOy}$ و $\widehat{x'O'y'}$ متناظرتان بالنّسبة إلى النّقطة A.

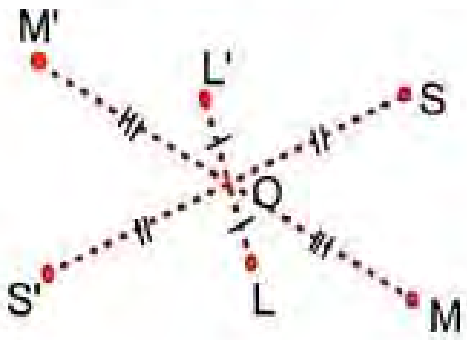
حلول التمارين

1. 1. لإنشاء النّقطة A' نظيرة النّقطة A بالنّسبة إلى النّقطة O نرسم قوس دائرة مركزها O ونصف قطرها OA تقطع نصف المستقيم $[AO)$ في النّقطة A'.



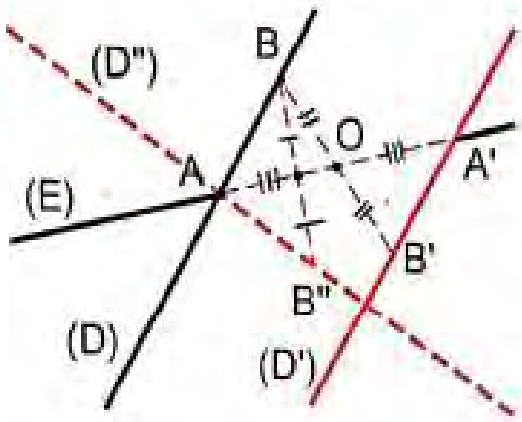
2. نلاحظ أن النّقط A' و B' و C' على استقامة واحدة.

2. 1. إنشاء نظائر النّقط M و L و S بالنّسبة إلى النّقطة O.



2. النّقط M' و L' و S' ليست على استقامة واحدة.

3. 1. نعلّم نقطتين A ، B من المستقيم (D)، وننشئ نظيرتيهما A' و B' بالنسبة إلى النّقطة O. نجد المستقيم (D').

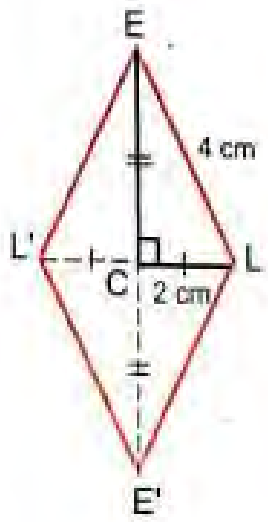


2. نظيرة النّقطة A بالنّسبة إلى المستقيم (E) هي نفسها، ونظيرة النّقطة B بالنّسبة إلى المستقيم (E) هي النّقطة B''. المستقيم (AB'') هو المستقيم (D'').

3. المستقيمان (D') و (D) متوازيان.

4. المستقيمان (D) و (D'') متقاطعان.

4. أ) إنشاء المثلّث ECL. قيس الزّاوية CLE هو $60°$، قيس الزّاوية CEL هو $30°$.



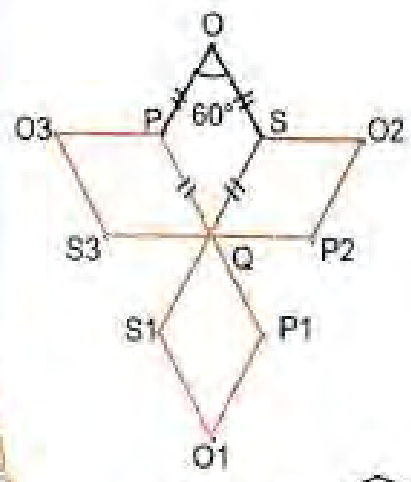
ب) إنشاء النّقطتين E' و L'.

ج) قيس الزاوي $\widehat{CE'L'}$ هو $60°$، قيس الزاوية $\widehat{CE'L'}$ هو $30°$.

د) الرّباعي $EL'E'L$ معين لأن قطريه متعامدان ومتناصفان.

هـ) محيط الرّباعي $EL'E'L$ يساوي $16cm$.

5. أ) أنشاء الرباعي $OPQS$ (انظر الإرشادات).



ب) لإنشاء الرّباعي $O_1P_1QS_1$ (Q)ننشئ نظيرة كلّ من P و O و S بالنسبة إلى Q. الرّباعي $O_1P_1QS_1$ معيّن.

ج) لإنشاء الرّباعي $O_2P_2QS_2$ (QS) ننشئ نظيرة كل رأس من رؤوسه بالنسبة إلى (PQ). الرّباعي $O_2P_2QS_2$ معيّن.

د) لإنشاء الرّباعي $O_3P_3QS_3$ ننشئ نظيرة كلّ من O و S بالنسبة إلى (PQ)

هـ) لدينا $\widehat{OPO_3} = \widehat{OPQ} = 120°$ و $\widehat{OPS} = 60°$ ومنه $\widehat{O_3PS} = 120°$ ومنه النّقط O_3 و P و S على استقامة. بنفس الطّريقة نجد النّقط O_2 و P و S.

إرشادات وتوجيهات

- النّقطتان A' و B' نظيرتا النّقطتين A و B بالنّسبة إلى النّقطة O على التّرتيب. يعني أنّ: $AB = A'B'$ و $(AB) // (A'B')$.
- التّناظر المركزي يحفظ استقامية النّقط.
- لا يوجد مستقيم واحد يشمل النّقط M' و L' و S'. ومنه النّقط M' و L' و S' ليست على استقامة واحدة.
- لإنشاء نظير مستقيم يكفي إنشاء نظيرتي نقطتين منه.
- المستقيم (D') يوازي المستقيم (D).
- في التّناظر بالنسبة إلى مستقيمٍ نظير قاطع له في نقطة هو مستقيم يقطعه في النقطة.
- نرسم قطعة مستقيم $[CL]$ حيث $CL = 2cm$. ننشئ نصف مستقيم عموديٍ على $[CL]$ في النقطة C.
  نرسم دائرة مركزها النقطة L ونصف قطرها $4cm$، تقطع نصف المستقيم العموديّ على $[CL]$ في النقطة E. وبذلك نحصل على المثلّث ECL القائم في النقطة C.
- محيط المعيّن يساوي جداء طول ضلع بالعدد 4.
- نرسم قطعة مستقيم $[OS]$ $(OS = 2cm)$ ننشئ زاوية $\widehat{POS}$ $(POS = 60°)$ و $(OP = OS)$.
  نرسم قوسي دائرتين مركزاهما S و P ونصفا قطريهما $2cm$ تقطعان في النّقطة Q.
- نظيرة كلّ نقطة من مستقيم بالنّسبة إليه هي نفسها.
- نظيرة كلّ قطعة مستقيم بالنّسبة إلى نفسها هي نفسها.

الإجابة صحيح.

25 التّناظر المركزيّ (3)

الكفاءات المستهدفة

- التّعرف على خواص التّناظر المركزيّ (تابع)
- التّعرف على شكل يقبل مركز تناظر.

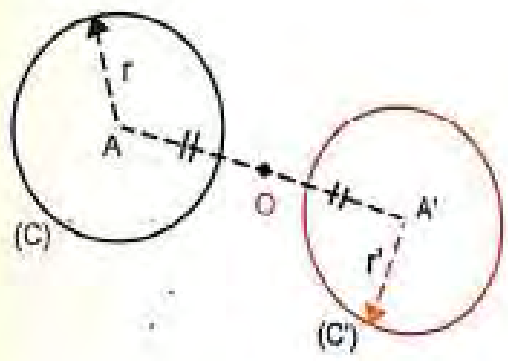
مكتسبات

- التّناظر المحوري.
- إنشاء نظير شكل أوّليّ.

ما يلزمك معرفته

(1) نظير دائرة

- نظير دائرة (C) بالنّسبة إلى نقطة O هي دائرة (C') مركزاهما متناظران بالنّسبة إلى O ولهما نفس نصف القطر.



- المركزان A و A' متناظران بالنّسبة إلى النّقطة O.
- $r = r'$

خلاصة:
التّناظر المركزيّ يحفظ: المسافات والاستقامية، وأقياس الزّوايا، والمساحات.

مركز تناظر شكل

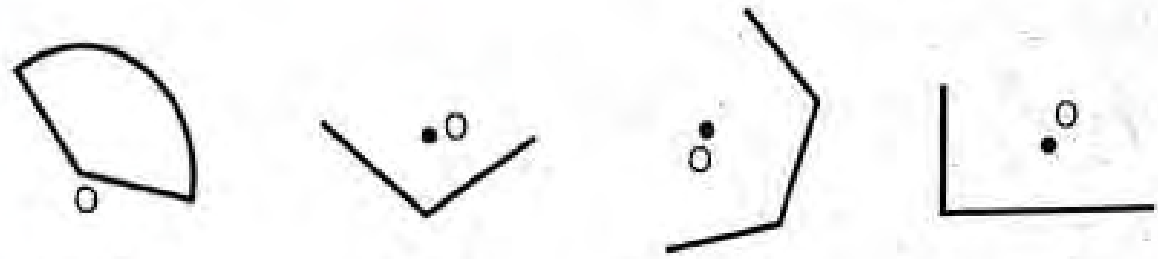
نقول عن نقطة O إنّها مركز تناظر شكل، إذا كان نظير هذا الشكل بالنّسبة إلى النّقطة O هو الشكل نفسه.

ملاحظة:
بعض الأشكال لا تقبل مركز تناظر.

تمارين

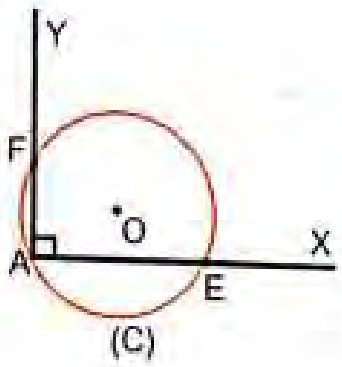
1. ارسم دائرة (C) مركزها O ونصف قطرها $2cm$. ارسم $[AB]$ قطرا فيها. علّم نقطة M من (C) مختلفة عن النّقطتين A و B.
   1. بيّن لماذا النّقطتان B و A متناظرتان بالنّسبة إلى النّقطة O.
   2. أنشئ M' نظيرة M بالنّسبة إلى النّقطة O. ماذا تستنتج ؟

2. أكمل كلّ شكل مما يأتي حتّى تصبح النّقطة O مركز تناظر له.



الشكل(1) الشكل(2) الشكل(3) الشكل(4)

3. ارسم دائرة (C) مركزها O ونصف قطرها $2cm$. ارسم زاوية قائمة $\widehat{XAY}$ حيث النّقطة A تنتمي إلى (C) ونصفا المستقيمين $[AX)$ و $[AY)$ يقطعان الدّائرة (C) في النّقطتين E و F على التّرتيب (انظر الشكل).



   1. تحقّق من أنّ النّقطتين E و F متناظرتان بالنّسبة إلى النّقطة O.
   2. أنشئ النّقطة A' نظيرة النّقطة A بالنّسبة إلى النّقطة O. ماذا تلاحظ ؟
   3. بيّن لماذا الزّاوية $FA'E$ هي نظيرة الزّاوية $\widehat{XAY}$ ؟
   4. ما هو نوع الرّباعي $AEA'F$ ؟ برّر جوابك.

4. أ) ارسم مثلّثا OFE متساوي السّاقين رأسه الأساسيّ O.
   ب) أنشئ النّقطتين E' و F' نظيرتي النّقطتين E و F بالنّسبة إلى النّقطة O على التّرتيب.
   ج) بيّن لماذا النّقط E و F و E' و F' تنتمي إلى دائرة واحدة ؟ وارسم هذه الدّائرة.

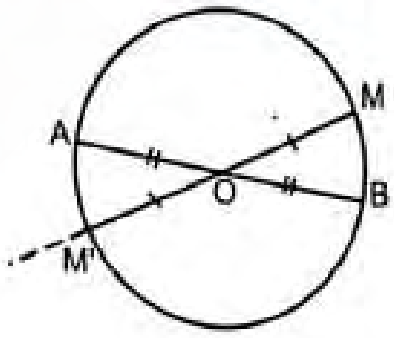
5. أ) أنشئ مثلّثا متساوي السّاقين ABC فيه $AB = AC$ ، علّم النّقطة E منتصف $[BC]$.
   1. أنشئ النّقطة A' نظيرة النّقطة A بالنّسبة إلى النّقطة E.
   2. بيّن أنّ (AA') هو محور $[AB]$.
   3. ما هو نوع الرّباعي $ABA'C$ ؟ برّر جوابك.
   4. بيّن أنّ للرباعي $ABA'C$ مركز تناظر.

   ب)
   1. أنشئ منصّف الزّاوية $\widehat{ABC}$ فيقطع $[AC]$ في النّقطة B'.
   2. أنشئ نظير $[BB']$ بالنّسبة إلى النّقطة E، فيقطع $[BA']$ في النّقطة C'.
   3. بيّن أنّ $[CC']$ منصّف الزّاوية $\widehat{BCA'}$.

أصحيح أم خطأ ؟ يوجد شكل هندسي يقبل مركز تناظر ولا يقبل محور تناظر؟

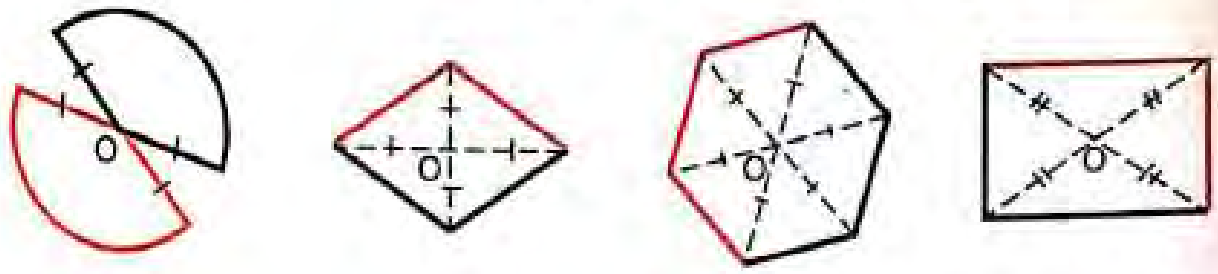
حلول التمارين

1. 1. النقطتان B و A متناظرتان بالنسبة إلى النقطة O لأن النقطة O منتصف القطعة $[AB]$.

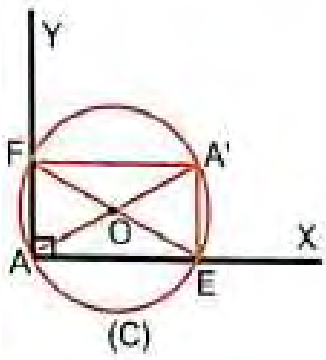


2. لإنشاء النقطة M' نظيرة M بالنسبة إلى النقطة O نرسم نصف المستقيم يقطع الدائرة (C) في النقطة M'. النقطة M' تنتمي إلى الدائرة (C)، نظيرة كل نقطة من الدائرة (C) بالنسبة إلى مركزها هي نقطة من الدائرة (C).

2. إكمال الشكل حتّى تصبح النقطة O مركز تناظر له.



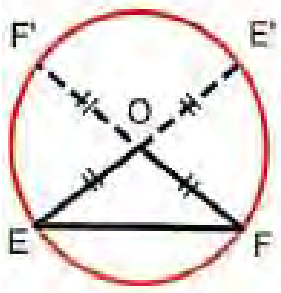
3. 1. يكفي التحقق من أنّ القطعة $[EF]$ قطرٌ في الدائرة (C).



2. النقطة A' تنتمي إلى الدائرة (C).

3. الزاوية $\widehat{FAE'}$ هي نظيرة الزاوية XAY لأن A و A' متناظرتان بالنسبة إلى النقطة O، وكذلك E و F أي: $[AY)$ و $[A'E)$ متناظران و $[AX)$ و $[A'F)$ متناظران بالنسبة إلى النقطة O.

4. الرّباعي $AEA'F$ مستطيل لأن قطريه متناصفان وله زاوية قائمة.



4. ج) النقط E و F و E' و F' تنتمي إلى دائرة واحدة هي الدائرة التي مركزها O، لأن $OF = OE = OE = OF$.

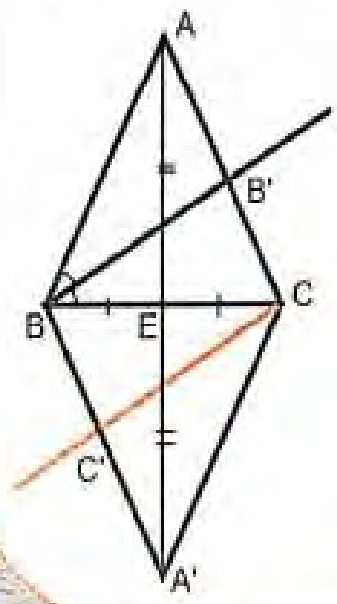
5. أ)

2. إن (BC) هو محوراً للقطعة $[AA']$، ومنه $BA' = BA = AC = CA'$

ومنه (AA') هو محوراً للقطعة $[BC]$ لأنّ كلاً من A و A' متساوية المسافة عن طرفيها B و C.

3. الرّباعي $ABA'C$ لأن قطريه متعامدان و متناصفان.

4. للرباعي $ABA'C$ مركز تناظر هو النقطة E لأن جميع نقطه متناظرة بالنسبة إلى النقطة E، مثلا B نظيرتها C و A نظيرتها A'.



ب)

3. الزاويتان $\widehat{B'BC}$ و $\widehat{C'CB}$ متناظرتان بالنسبة إلى النقطة E، وكذلك $\widehat{ABB'}$ و $\widehat{A'CC'}$.

وبما أن $\widehat{ABB'} = \widehat{A'CC'}$ فإنّ $\widehat{C'CB} = \widehat{A'CC'}$ ومنه $[CC')$ منصّف للزاوية $\widehat{BCA'}$.

إرشادات وتوجيهات

- MM' قطر في الدائرة (C).
- للدائرة مركز تناظر هو مركزها.
- النقطة O مركز تناظر شكل، معناه، نظير هذا الشكل بالنسبة إلى النقطة O هو الشكل نفسه.
- استعمل المدور لرسم المثلّث المتساوي الساقين.
- منصّف زاوية هو مجموعة النقط المتساوية المسافة عن ضلعي الزاوية .
- منصف زاوية هو محور تناظر لها.
- نظيرة زاوية بالنسبة إلى نقطة هي زاوية تقايسها.

الإجابة صحيح، متوازي الأضلاع يقبل مركز تناظر هو نقطة تقاطع قطريه و لا يقبل محور تناظر.

26 متوازي الأضلاع (1)

الكفاءات المستهدفة

- التعرّف على متوازي الأضلاع.
- معرفة مختلف خواص متوازي الأضلاع وتوظيفها.

مكتسبات

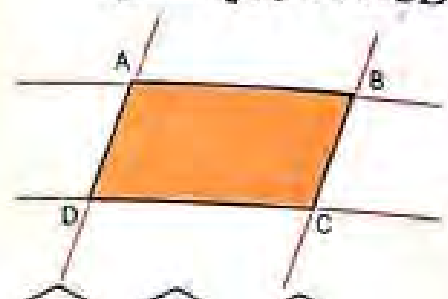
- إنشاء أشكال هندسيّة بسيطة.
- حساب محيط ومساحة مستطيل ومساحة مثلّث قائم.

ما يلزمك معرفته

① متوازي الأضلاع

- متوازي الأضلاع هو رباعي حامل كلّ ضلعين متقابلين منه متوازيان.

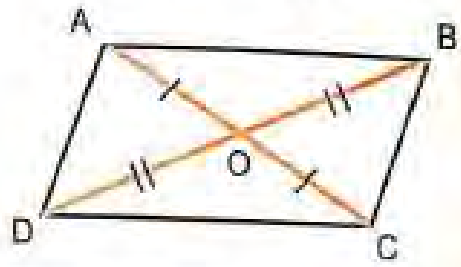
$ABCD$ متوازي أضلاع.



$(AD) // (BC)$ و $(AB) // (CD)$

② خواصّ متوازي الأضلاع

- متوازي الأضلاع له مركز تناظر هو نقطة تقاطع قطريه.
- قطرا متوازي الأضلاع متناصفان

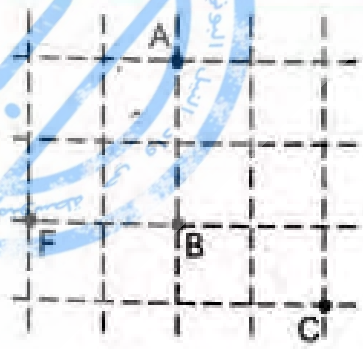


القطران $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان في النقطة O (مركز تناظر متوازي الأضلاع $ABCD$)

- في متوازي الأضلاع كلّ ضلعين متقابلين متقايسان.

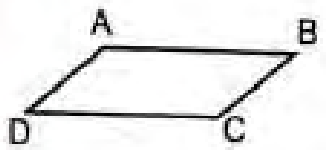
تمارين

1. انقل الشكل المقابل على ورقة مسطّرة.
علّم النقط D و E و G بحيث يكون كلّ من $ABCD$ و $BFEC$ و $AGFD$ متوازي أضلاع (باستعمال مسطرة فقط).



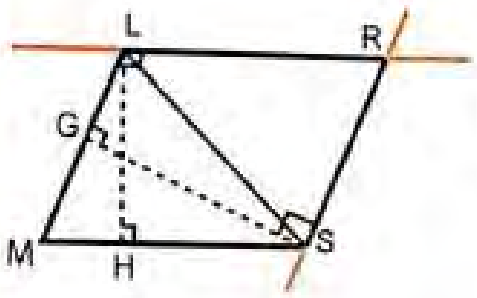
2. ارسم متوازي أضلاع $KLMS$. المستقيمان العموديان على (LS) اللذان يشملان النقطتين K و M يقطعان (KL) و (SM) في النقطتين E و F على الترتيب.
أثبت أنّ الرباعي $KEMF$ هو متوازي أضلاع.

3. ارسم متوازي أضلاع $ABCD$ كما في الشكل.



ارسم المستقيم العموديّ على $[BD]$ الذي يشمل النقطة A. فيقطع (BC) في النقطة E. ارسم المستقيم العموديّ على $[BD]$ الذي يشمل النقطة C فيقطع (AD) في النقطة F.
- بيّن أنّ الرباعي $AECF$ متوازي أضلاع.

4. في الشكل المقابل: LMS مثلّث. LH و SG ارتفاعان متعلّقان بالضلعين $[MS]$ و $[LM]$ على الترتيب. (SR) عمودي على (SG) وكذلك (LR) عموديّ على (LH).

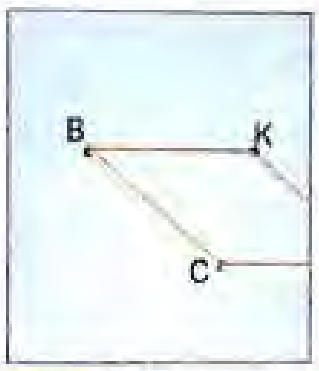


أ) أنجز شكلا مماثلا على كرّاسك.
ب) بيّن أنّ الرباعي $LMSR$ هو متوازي أضلاع.

5. ارسم متوازي أضلاع $ABCD$، وعلّم النقط M و E و F و N متنصفات أضلاعه $[AB]$ و $[BC]$ و $[CD]$ و $[DA]$ على الترتيب.
- بيّن أنّ للقطعتين $[NE]$ و $[MF]$ المنتصف نفسه، واستنتج طبيعة الرباعي $MEFN$.

6. ارسم متوازي أضلاع $EFGH$. علّم النقطتين M و S من $[EF]$ و $[GH]$ على الترتيب حيث $EM = GS$.
أثبت أنّ القطع $[FH]$ و $[EG]$ و $[MS]$ لها المنتصف نفسه.

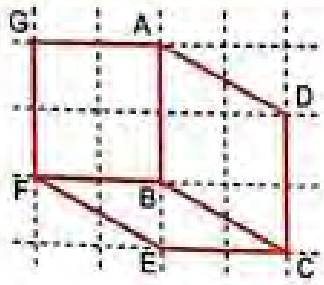
7. في الشكل المقابل، الرأس R لمتوازي الأضلاع $BCRK$ وقعت خارج ورقة الرّسم.



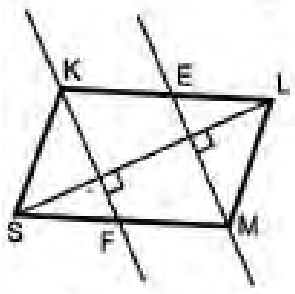
- اشرح كيف يمكنك رسم المستقيم (BR) باستعمال حيّز ورقة الرّسم فقط (أي دون تعليم النقطة R).

أصحيح أم خطأ ؟ في متوازي الأضلاع كلّ زاويتين متجاورتين متتامتان.

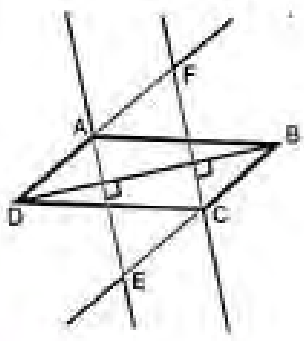
حلول التمارين



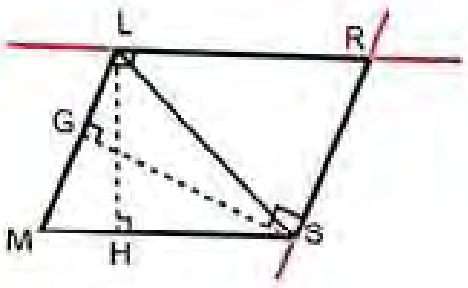
1. يمكن الاعتماد على رصف ورقة الكرّاس.



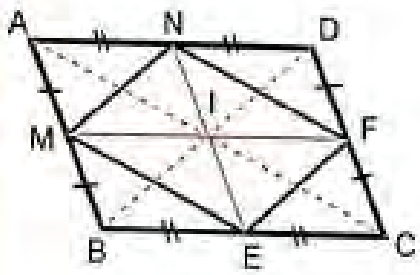
2. لدينا $(FM) // (KE)$.
و $(KF) // (EM)$ لأن كلاً من (EM) و (KF) عمودي على (SL).
ومنه الرّباعي $KEMF$ هو متوازي أضلاع.



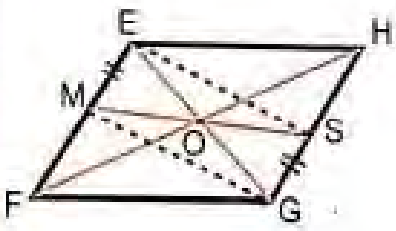
3. لدينا $(BE) // (DF)$ لأنّ $(EC) // (AF)$
و $(AE) // (FC)$ لأنّ كلاً من (FC) و (AE) عمودي على (DB).
ومنه الرّباعي $AEFC$ هو متوازي أضلاع.



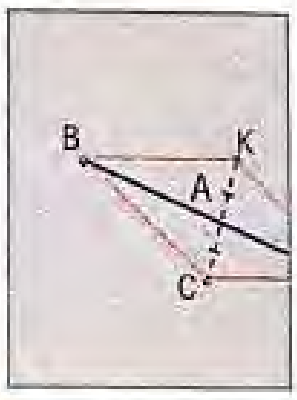
4. ب) أن كلاً من (LR) و (MS) عمودي على (LH)، ومنه $(LR) // (MS)$.
وكلاً من (ML) و (RS) عمودي على (SG)، ومنه $(ML) // (RS)$.
ومنه الرّباعي $LMSR$ هو متوازي أضلاع.



5. النقطة I هي مركز تناظر متوازي الأضلاع $ABCD$ و N منتصف $[DA]$ و E منتصف $[BC]$ ومنه N نظيرة E بالنسبة إلى النقطة I أي النقطة I منتصف $[NE]$ وكذلك النقطة I منتصف $[MF]$. يعني أنّ للقطعتين $[NE]$ و $[MF]$ المنتصف نفسه الرّباعي $MEFN$ متوازي أضلاع لأن قطريه متناصفان.



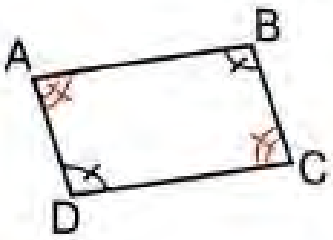
6. القطعتان $[FH]$ و $[EG]$ لهما المنتصف نفسه O لأنهما قطرا متوازي الأضلاع $EFGH$.
بما أنّ $(EM) // (GS)$ و $EM = GS$ فإنّ الرباعي $EMGS$ متوازي أضلاع.
ومنه $[EG]$ و $[MS]$ لهما نفس المنتصف O.
أي أنّ للقطع $[FH]$ و $[EG]$ و $[MS]$ المنتصف نفسه.



7. لرسم المستقيم (BR) باستعمال حيّز ورقة الرّسم فقط ننشئ النقطة A منتصف القطعة $[CK]$ ونرسم المستقيم (BA)، الذي هو المستقيم (BR).
التبرير: لأن قطري متوازي الأضلاع متناصفان.

ارشادات وتوجيهات

- إذا كان $(AB) // (CD)$ و $(AD) // (BC)$ فإنّ الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
- المستقيمان العموديان على مستقيم ثالث متوازيان.
- النقط D و A و F على استقامة واحدة، وكذلك النقط B و C و E.
- يكون رباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كلّ زاويتين متقابلتين متقايستين.



- يمكن برهان التّمرين (4) بطريقة أخرى الرّباعي $LMSR$ هو متوازي أضلاع لأن الزاويتين MLH و MSG متقايستان وكذلك الزاويتان HLR و GSR وبالتالي MLR تقايس MSR و LRS تقايس LMS.
- لمتوازي الأضلاع مركز تناظر هو نقطة تقاطع قطريه.
- قطرا متوازي الأضلاع متناصفان
- متوازيا الأضلاع $IFDN$ و $IMBF$ متناظران بالنسبة إلى النقطة I.
- إذا كان في رباعي ضلعان متقايسين وحاملاهما متوازيين فإنّ الرباعي متوازي أضلاع.
- لرسم مستقيم يكفي معرفة نقطتين منه.

الإجابة خطأ، بل متوازي الأضلاع فيه كلّ زاويتين متجاورتين متكاملتان.

متوازي الأضلاع (2)

الكفاءات المستهدفة

• معرفة مختلف خواصّ متوازي الأضلاع وتوظيفها (تابع).

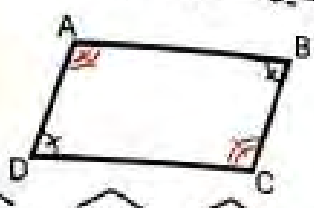
مكتسبات

- إنشاء أشكال هندسيّة بسيطة.
- حساب محيط ومساحة مستطيل ومساحة مثلّث قائم.

ما يلزمك معرفته

① تابع لخواصّ متوازي الأضلاع

في متوازي الأضلاع كلّ زاويتين متقابلتين متقايستان.



$\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ و $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$

، في متوازي الأضلاع كلّ زاويتين متتاليتين متكاملتان.

② كيف نبيّن أنّ رباعياً متوازي أضلاع؟

نقول عن رباعي إنّه متوازي أضلاع:

• إذا كان له مركز تناظر

أو

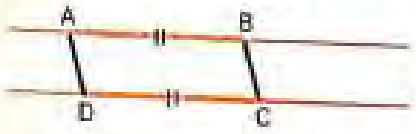
إذا كان قطراه متناصفين

أو

إذا كان فيه كلّ ضلعين متقابلين متقايسين

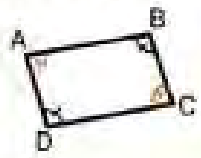
أو

إذا كان فيه ضلعان متقايسين وحاملاهما متوازيين.

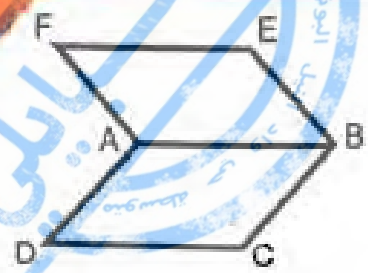


أو

إذا كان فيه كلّ زاويتين متقابلتين متقايستين.



تمارين



1. أ) ارسم مثيلا للشكل المقابل الّذي فيه كلّ من $ABCD$ و $FEBA$ متوازي أضلاع.

ب) بيّن أنّ الرّباعي $FECD$ متوازي أضلاع.

2. أ) ارسم مثلّثا KLM ، وعلّم النّقطة O منتصف $[LM]$.

ب) أنشئ النّقطة H نظيرة النّقطة K بالنّسبة إلى النّقطة O.

ج) بيّن أنّ الرّباعي $KLHM$ هو متوازي أضلاع.

3. أنشئ متوازي أضلاع $EFGH$ حيث $FG = 5cm$ و $EF = 2,5cm$ و $\widehat{EFG} = 45°$.

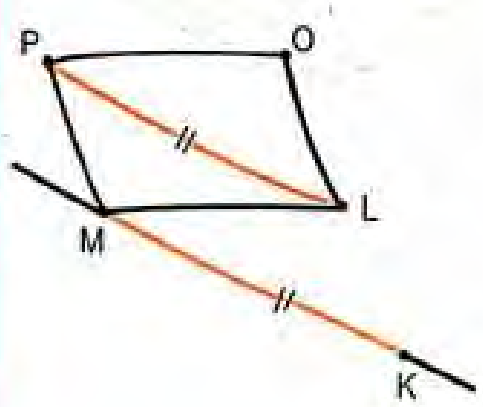
1. اكتب برنامج الإنشاء (المراحل) بالتّفصيل.
2. احسب قيس كلّ من الزّوايا $\widehat{FEH}$ و $\widehat{EHG}$ و $\widehat{FGH}$.
3. احسب محيط $EFGH$.

4. $LMSR$ متوازي أضلاع. منصّف الزاوية $\widehat{LMS}$ يقطع (LR) في النّقطة H. منصّف الزّاوية $\widehat{LRS}$ يقطع (MS) في النّقطة G.

1. أنجز شكلا مناسبا.
2. أثبت أنّ الرّباعي $MGRH$ هو متوازي أضلاع.

5. ارسم متوازي أضلاع $FNBE$، منصّفا الزّاويتين $\widehat{EFN}$ و $\widehat{BEF}$ يتقاطعان في النّقطة A.

• ما نوع المثلّث FAE ؟ برّر جوابك.



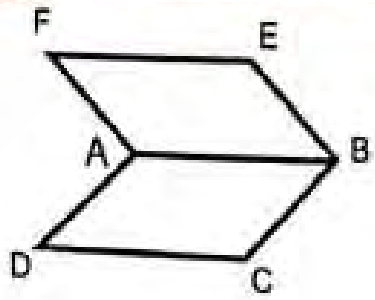
6. الشكل المقابلُ أُنجِزَ باليد الحرّة (أي دون استعمال الأدوات الهندسية)، فيه $PMLO$ متوازي أضلاع و (PL) يوازي (MK) و $PL = MK$

1. أنجز مثيلا لهذا الشكل باستعمال الأدوات الهندسيّة.

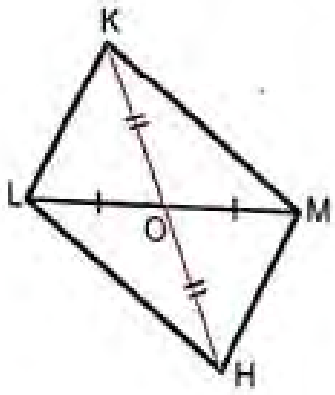
أثبت أنّ L منتصف $[OK]$.

أصحيح أم خطأ ؟ إذا كان لرباعي محور تناظر فإن الرّباعيّ متوازي أضلاع

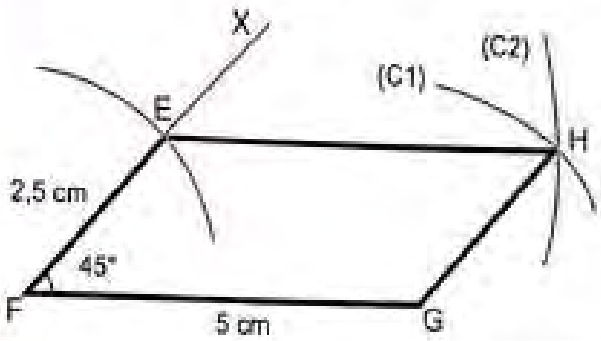
حلول التمارين



1. $ABCD$ متوازي أضلاع، ومنه
$(AB) // (CD)$ و $AB = CD$
و $FEBA$ متوازي أضلاع، ومنه $(BA) // (EF)$
و $AB = EF$.
وبالتالي $(CD) // (EF)$ و $EF = CD$.
إذن الرّباعي $FECD$ متوازي أضلاع.



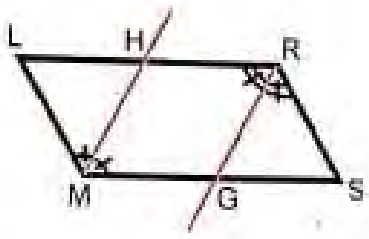
2. ج) H نظيرة النقطة K بالنسبة إلى النقطة O يعني أن النقطة O منتصف $[KH]$.
بما أنّ لـ $[KH]$ و $[LM]$ نفس المنتصف O، فإن الرّباعي $KLHM$ متوازي أضلاع.



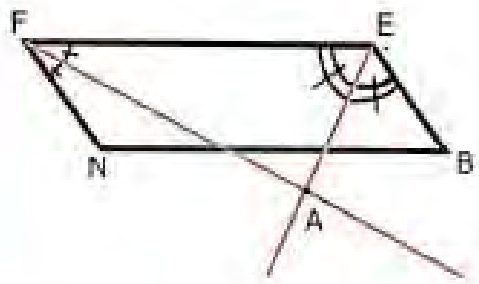
3. نرسم قطعة مستقيم $[FG]$ طولها $5cm$.
نرسم نصف المستقيم $[FX)$ بحيث $\widehat{GFX} = 45°$.
نرسم قوس دائرة مركزها F ونصف قطرها $2,5cm$
تقطع نصف المستقيم $[FX)$ في النقطة E.
نرسم قوس دائرة (C_1) مركزها G ونصف قطرها $2,5cm$ وقوس دائرة (C_2) مركزها E ونصف قطرها $5cm$ تتقاطعان في النقطة H.
نصل بين النقط بقطع مستقيمة، وبذلك نحصل على الشكل $EFGH$ المطلوب.

2. أقياس الزاويا $\widehat{FEH}$ و $\widehat{EHG}$ و $\widehat{FEH} = \widehat{FGH} = 180 - 45 = 135°$.
$\widehat{EHG} = \widehat{EFG} = 45°$.

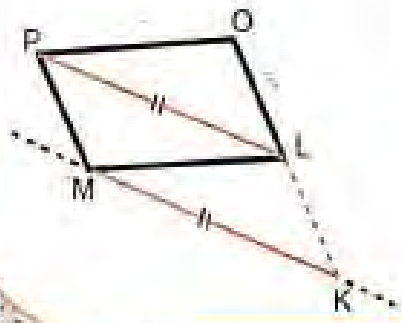
3. محيط $EFGH$ يساوي $15cm$ $(2 \times (2,5 + 5) = 15)$



4. لدينا $\widehat{LMS} = \widehat{LRS}$ من خواصّ متوازي الأضلاع
و $\widehat{HMG} = 1/2\ \widehat{LMS}$ و $\widehat{HRG} = 1/2\ \widehat{LRS}$
ومنه فإنّ $\widehat{HMG}$ و $\widehat{GRH}$ مقايستان ...(1)
لدينا: $\widehat{MLH} = \widehat{GSR}$ و
$\widehat{MGR} = 180° - \widehat{RGS} = \widehat{GRS} + \widehat{GSR}$
و كذلك $\widehat{RHM} = 180° - \widehat{MHL} = \widehat{HLM} + \widehat{MLH}$
ومنه $\widehat{MGR} = \widehat{RHM}$ ...(2)
من (1) و (2) نستنتج أنّ الرباعي $MGRH$ متوازي أضلاع.



5. المثلّث FAE قائم في A لأن:
$\widehat{AEF} + \widehat{FEA} = 1/2\ (\widehat{NFE} + \widehat{BEF})$
$= 1/2\ (180°) = 90°$
ومنه قيس الزاوية $\widehat{FAE}$ هو $90°$



6. لدينا $PM = OL$ و $(PM) // (OL)$ ...(1)
إنّ $PLKM$ متوازي أضلاع لأنّ $(PL) // (MK)$ و $PL = MK$.
ومنه $PM = LK$ و $(PM) // (LK)$ ...(2)
من (1) و (2) نجد $OL = LK$ و $(OL) // (LK)$
أي أنّ L منتصف $[OK]$.

ارشادات وتوجيهات

- إذا كان في رباعي ضلعان متقايسين وحاملاهما متوازيين فإنه متوازي أضلاع.
- إذا كان قطرا رباعي متناصفين فإنه متوازي أضلاع.
- يمكن أن ننشئ منتصف القطعة $[EG]$ ثم ننشئ H نظيرة F بالنسبة لها.
- في متوازي الأضلاع كلّ زاويتين متتاليتين متكاملتان.
- محيط متوازي الأضلاع يساوي مجموع أطوال أضلاعه.
- منصف زاوية يقسمها إلى زاويتين متقايستين.
- مجموع قيس زاويتين متكاملتين يساوي $180°$.
- مجموع أقياس زوايا مثلث يساوي $180°$.
- لإثبات أن L منتصف $[OK]$ يلزم ويكفي إثبات أنّ:
1. النقط O، L، K، على استقامة واحدة.
2. $OL = JK$

الإجابة خطأ، إنّ شبه المنحرف على سبيل المثال له محور تناظر، وهو ليس متوازي أضلاع.

28 متوازي الأضلاع (3)

الكفاءات المستهدفة

- معرفة خواص متوازيات الأضلاع الخاصة (المستطيل، المربع، المعين) وتوظيفها.
- حساب مساحة متوازي الأضلاع.

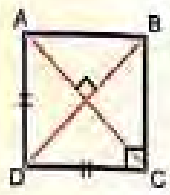
مكتسبات

- إنشاء أشكال هندسية بسيطة.
- حساب محيط و مساحة مستطيل ومساحة مثلث قائم.

ما يلزمك معرفته

① متوازيات الأضلاع الخاصة

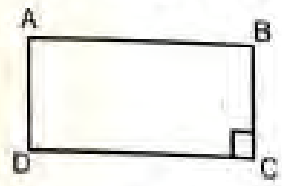
المربع



- المربع هو متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان وزاوية قائمة.
- قطرا المربع متعامدان ومتقايسان

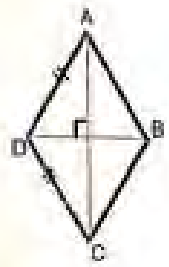
المستطيل

- المستطيل هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة.



- قطرا المستطيل متقايسان.

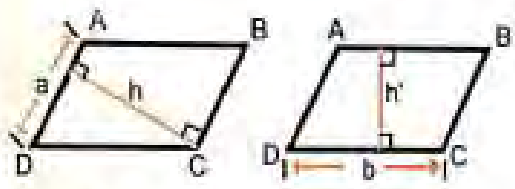
المعين



- المعين هو متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان.
- قطرا المعين متعامدان.

② مساحة متوازي الأضلاع

- مساحة متوازي الأضلاع تساوي جداء طول أحد أضلاعه والارتفاع المتعلق بهذا الضلع.



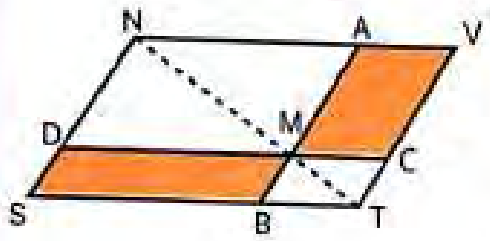
$A = a \times h \quad A = b \times h'$

تمارين

1. ارسم مثلثا VRD قائما في $H.V$ نقطة من الضلع $[RD]$. المستقيم الذي يشمل النقطة H ويعامد (VR) يقطعه في النقطة K. المستقيم الذي يشمل النقطة H ويعامد (VD) يقطعه في النقطة G.
- ما نوع الرباعي $VKHG$ ؟ برر جوابك.

2. أنشئ متوازي أضلاع $LOPR$ حيث $\widehat{ROP} = 30°$ و $LP = OR$.
1. اكتب برنامج الإنشاء (المراحل) بالتفصيل.
2. أثبت أن $LOPR$ مستطيل.
- سم A نقطة تقاطع قطريه، ما نوع المثلث LAO ؟

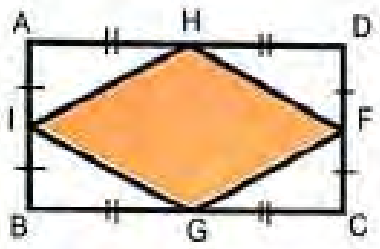
3. أنشئ متوازي أضلاع $SDFP$ حيث (DP) منصف الزاوية $\widehat{SDF}$.
- أثبت أن الرباعي $SDFP$ معين.



4. في الشكل المقابل $NSTV$ متوازي أضلاع، و M نقطة كيفية من $[NT]$ ، و(AB) يشمل النقطة M و يوازي (VT)، و(DC) يشمل النقطة M و يوازي (NV).
- قارن بين مساحة $AMCV$ ومساحة $DSBM$.

5. متوازي أضلاع مساحته هي $8750mm^2$ ، و طول أحد أضلاعه هو $7cm$. ما هو الارتفاع المتعلق بهذا الضلع بالمليمتر ؟

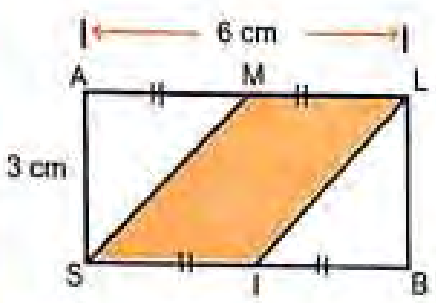
6. ارسم مستطيلا $ABCD$ فيه $AB = 4cm$ و $AD = 8cm$ ، وعلم النقط I و G و F و H منتصفات أضلاعه $[AB]$ و $[BC]$ و $[CD]$ و $[DA]$ على الترتيب.



1. ما نوع الرباعي $IGFH$ ؟ برر جوابك.
2. احسب مساحة المستطيل $ABCD$.
3. احسب مساحة $IGFH$.

أكمل ما يأتي : مساحة $ABCD$ = ... مساحة $IGFH$.

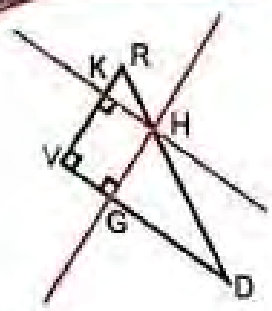
7. في الشكل المقابل $AS\ BL$ مستطيل حيث $AS = 3cm$ و $AL = 6cm$ ، والنقطتان M و I منتصفا الضلعين $[AL]$ و $[SB]$ على الترتيب.



1. بين أن $MSIL$ متوازي أضلاع.
2. احسب مساحة $MSIL$.
3. أوجد علاقة بين مساحتي كل من $ASBL$ و $MSIL$.

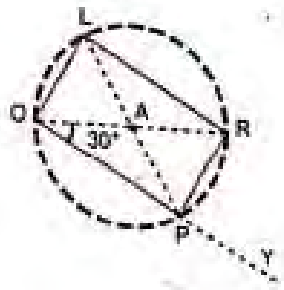
أصحيح أم خطأ ؟ متوازي الأضلاع الذي طول أحد أضلاعه $12\ cm$، والارتفاع المتعلق بهذا الضلع $0,5\ dm$ مساحته تساوي $0,6\ dm^2$.

حلول التمارين

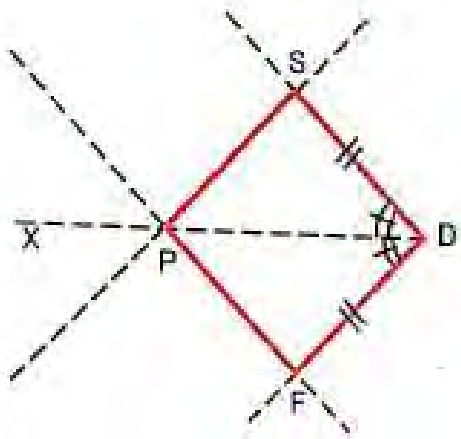


1. $\widehat{KHG} = 360° - (90° + 90° + 90°) = 90°$

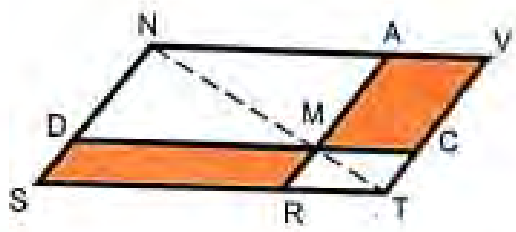
الرُباعي $VKHG$ مستطيل لأن زواياه الأربع قائمة.



2. 1. نرسم قطعة مستقيم $[OR]$، ننشئ نصف مستقيم $[OX)$ بحيث قيس الزاوية $\widehat{ROP}$ هو $30°$.
ننشئ النقطة A منتصف القطعة $[OR]$. نرسم دائرة مركزها A ونصف قطرها OA تقطع $[OX)$ في النقطة P، و $[PA)$ في النقطة L.
2. الرباعي $LOPR$ مستطيل لأن قطريه متقايسان ومتناصفان.
3. P المثلث LAO متقايس الأضلاع، لأن.
$\widehat{LOA} = \widehat{ALO} = \widehat{OAL} = 60°$.

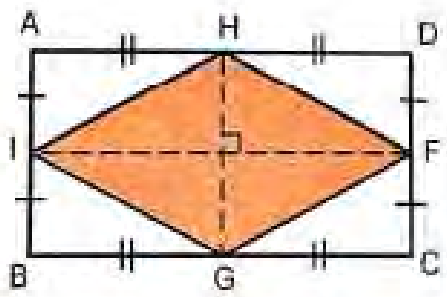


3. بما أنّ (DP) منصف الزاوية $\widehat{SDF}$، فهو منصف للزاوية $\widehat{SPF}$ أيضا، والمثلث SPD متساوي الساقين فيه $SP = SD$ ومنه كلّ أضلاع الشكل $SDFP$ متقايسة، فهو معيّن.
طريقة للإنشاء: نرسم زاوية رأسها D، ونعلّم على ضلعيها نقطتين S و F بحيث $SD = FD$.
نرسم $[DX)$ منصف الزاوية $\widehat{SDF}$، نرسم الموازي لـ (FD) الذي يشمل S، والموازي لـ (SD) الذي يشمل F، فيتقاطعان في النقطة P.

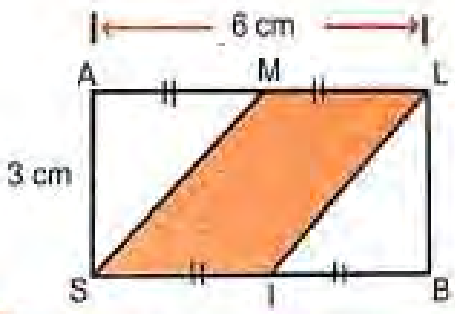


4. لدينا $\mathcal{A}(VNT) = \mathcal{A}(NST)$
$\mathcal{A}(ANM) = \mathcal{A}(NDM)$
$\mathcal{A}(CMT) = \mathcal{A}(MRT)$
ومنه: $\mathcal{A}(VNT) - \mathcal{A}(ANM) - \mathcal{A}(CMT)$
$= \mathcal{A}(NST) - \mathcal{A}(NDM) - \mathcal{A}(MRT)$
ومنه: $\mathcal{A}(AMCV) = \mathcal{A}(MDSR)$

5. نحوّل وحدة الطول إلى وحدة المساحة $7cm = 70mm$.
الارتفاع يساوي حاصل قسمة المساحة على طول الضلع المتعلّق به.
$h = 8750 : 70 = 125$.
ومنه ارتفاع متوازي الأضلاع هو $125mm$.



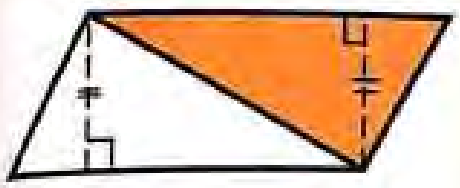
6. 1. الرُباعي $IGFH$ معين لأن قطريه متعامدان ومتناصفان.
2. مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي $32cm^2$.
3. مساحة $IGFH$ تساوي $16cm^2$.
4. مساحة $ABCD$ تساوي ضعف مساحة $IGFH$.



7. 1. $MSIL$ متوازي أضلاع لأنّ فيه ضلعين متقابلين متقايسان وحامليهما متوازيان.
2. مساحة $MSIL$: $3 \times 3 = 9cm^2$.
3. مساحة $MSIL$ تساوي نصف مساحة $ASBL$.

إرشادات وتوجيهات

- المستطيل زواياه الأربع قائمة.
- قطرا المستطيل متقايسان ومتناصفان.
$AL = AO$ لأنهما نصفا قطري دائرة مركزها A.
- $\widehat{LOA} = 90° - 30° = 60°$
- إذا كانت زاويا مثلّث متقايسة فإنّ المثلّث متقايس الأضلاع.
- $\widehat{SPD} = 180 - \widehat{PSD} - \widehat{SDP}$
$= 180 - \widehat{PFD} - \widehat{FDP}$
$= \widehat{FPD}$
- $\mathcal{A}(ANDM)$ يرمز لمساحة الرُباعي $ANDM$
- القطر في متوازي الأضلاع يقسّمه إلى حيّزين لهما نفس المساحة.



- الارتفاع يساوي حاصل قسمة المساحة على طول الضلع المتعلّق به.
- $1cm = 10mm$
- $125mm = 12,5cm$
- مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي جداء طوله وعرضه.
- لاحظ أن مساحة $IGFH$ تساوي أربع مرّات مساحة المثلث AHI وتساوي نصف مساحة المستطيل $ABCD$
- $\mathcal{A}(ASBL) = 3 \times 6 = 18cm^2$

29 الزّوايا (1)

الكفاءات المستهدفة

• معرفة التّعابير: زاويتان متجاورتان، زاويتان متكاملتان، زاويتان متتامتان، زاويتان متبادلتان داخليا، ... وتوظيفها بشكل سليم في وضعيات مناسبة.

مكتسبات

- مقارنة زاويتين، إنجاز مثيل لزاوية لها قيس زاوية معطاة نفسه.
- قياس زاوية بمنقلة.

ما يلزمك معرفته

① **الزّاويتان المتجاورتان**

الزّاويتان المتجاورتان هما زاويتان لهما: رأس مشترك، وضلع مشترك، ومرسومتان في جهتين مختلفتين بالنسبة إلى الضلع المشترك.

② **الزّاويتان المتتامّتان**

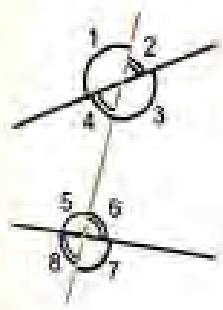
الزّاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قيسيهما $90°$.

③ **الزّاويتان المتكاملتان**

الزّاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قيسيهما $180°$.

④ **تسمية الزّاويا بالنّسبة لموقعها**

إذا قطع مستقيم مستقيمين في نقطتين متمايزتين (أنظر الشكل) فإنّه يعيّن معهما ثماني زوايا:



أ) الزّوايا (3) و(4) و(5) و (6) تسمّى زوايا داخليّة.

ب) الزّوايا (1) و(2) و(7) و(8) تسمّى زوايا خارجيّة.

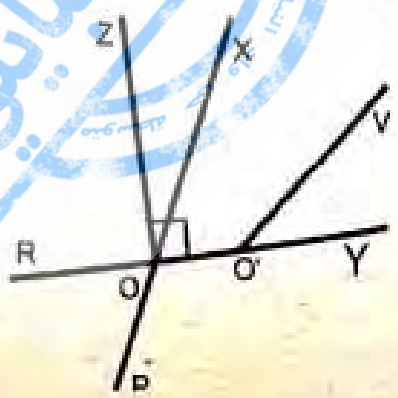
ج) الزّاويتان (3) و (5) تسمّيان متبادلتين داخلياً، وكذلك (4) و(6).

د) الزّاويتان (1) و (7) تسمّيان متبادلتين خارجياً، وكذلك (2) و (8).

هـ) الزّاويتان (2) و (6) تسمّيان متماثلتين، وكذلك (1) و (5)، ...

تمارين

1. لاحظ الشكل المقابل حيث O و O' نقطتان من (RY):



1. اذكر ثلاث زوايا كلاً منها مجاورة للزاوية $\widehat{ZOY}$.
2. اذكر زاويتين متقابلتين بالرأس.
3. اذكر زاويتين متتامّتين.
4. اذكر زاويتين متكاملتين.

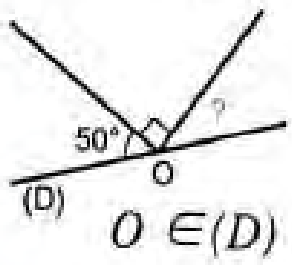
2. أكمل الجدول الآتي:

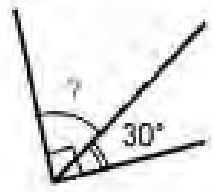
الزاوية	الزاوية المتمّمة لها	الزاوية المكمّلة لها
30°	...	...
22°	...	...
...	...	130°

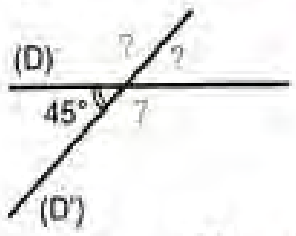
3. أنجز على كرّاسك مثيلاً للزاوية $\widehat{xOy}$.

1. أنشئ زاوية مجاورة لـ $\widehat{xOy}$ ومتمّمة لها.
2. أنشئ زاوية مجاورة لـ $\widehat{xOy}$ ومكمّلة لها.
3. أنشئ زاوية مقابلة بالرّأس لـ $\widehat{xOy}$ وعيّن قيسها.

4. عيّن الأقياس المجهولة في كلّ حالة ممّا يأتي:

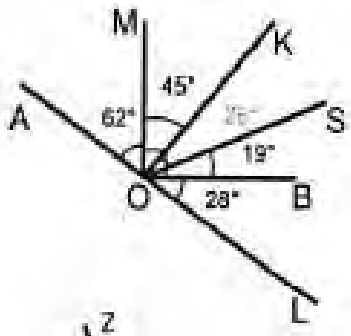






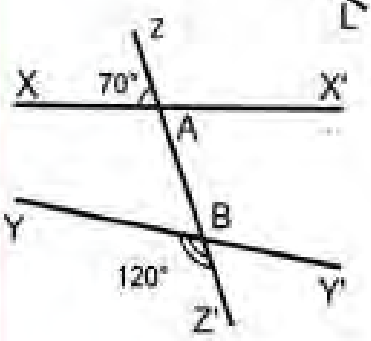
(D) و (D') مستقيمان متقاطعان.

5. باستعمال المعطيات المبيّنة في الشكل وملاحظة أن الزّاوية $\widehat{MOB}$ قائمة.



1. عيّن قيس الزّاوية $\widehat{KOS}$.
2. بيّن أنّ النّقط A و O و L على استقامة واحدة.

6. (XX') و (YY') مستقيمان، و (ZZ') مستقيم قاطع لهما في النّقطتين A و B على التّرتيب، حيث $\widehat{ZAX} = 70°$ و $\widehat{YBZ'} = 120°$.

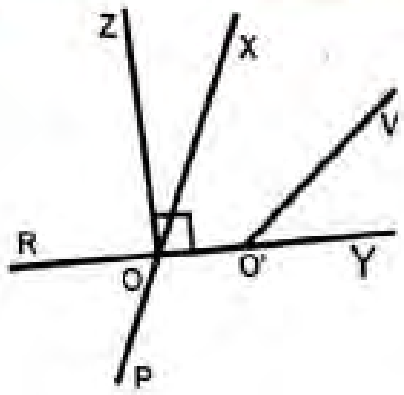


1. أنجز شكلا مناسبا بدقة.
2. عيّن أقياس كلّ الزّوايا في الشكل النّاتج.

7. ارسم زاوية مستقيمة $\widehat{XOY}$، ونصف مستقيم $[OZ)$.
1. ماذا يمكن أن تقول عن الزّاويتين $\widehat{XOZ}$ و $\widehat{ZOY}$؟
2. ارسم $[OA)$ و $[OM)$ منصّفي الزّاويتين $\widehat{XOZ}$ و $\widehat{ZOY}$ على التّرتيب و بيّن أنّ (OA) و (OM) متعامدان.

أصحيح أم خطأ؟ الزّاويتان XOY و YAZ متجاورتان.

حلول التمارين



1. 1. $\widehat{ROZ}$ و $\widehat{POZ}$ و $\widehat{YOP}$ ثلاث زوايا مجاورة للزاوية $\widehat{ZOY}$

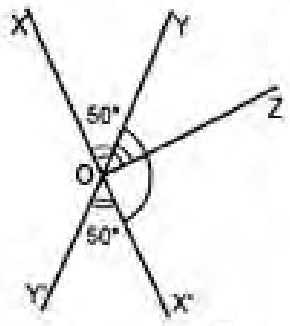
2. $\widehat{POR}$ و $\widehat{XOY}$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

$\widehat{ZOX}$ و $\widehat{XOY}$ زاويتان متتامتان.

4. $\widehat{ROZ}$ و $\widehat{ZOY}$ زاويتان متكاملتان.

2. إكمال الجدول.

الزاوية	الزاوية المتمّمة لها	الزاوية المكمّلة لها
30°	60°	150°
22°	68°	148°
50°	40°	**130°**



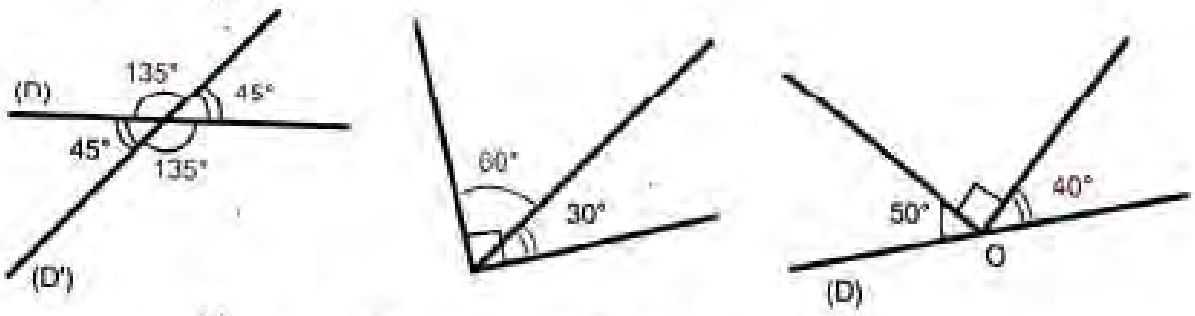
3. $\widehat{YOZ}$ زاوية مجاورة لـ $\widehat{XOY}$ ومتمّمة لها.

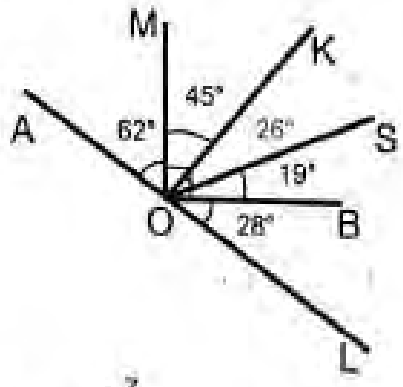
$\widehat{YOX'}$ زاوية مجاورة لـ $\widehat{XOY}$ ومكمّلة لها.

$X'OY'$ زاوية مقابلة بالرأس لـ xOy. وقيسها

$\widehat{X'OY'} = \widehat{XOY} = 50°$.

4.



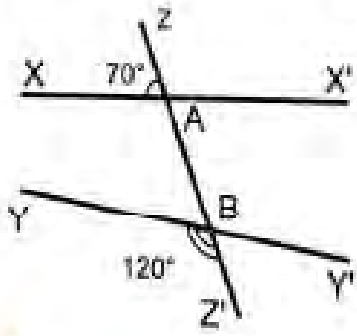


5. 1. لدينا: $\widehat{KOS} = 90° - (45° + 19°) = 26°$.

2. النقط A و O و L على استقامة واحدة.

لأن قيس الزاوية $\widehat{AOL}$ هو $180°$.

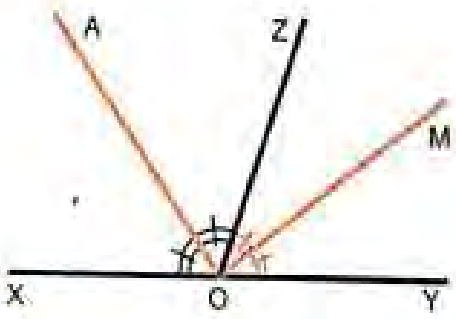
$(62° + 45° + 26° + 19° + 28° = 180°)$



6. قياس زاويا الشكل

$\widehat{XAB} = 110°$ ، $\widehat{X'AB} = 70°$ ، $\widehat{ZAX'} = 110°$.

$\widehat{Z'BY'} = 60°$ ، $\widehat{YAB} = 60°$ ، $\widehat{ABY'} = 120°$.



7. 1. الزاويتان $\widehat{XOZ}$ و $\widehat{ZOY}$ متجاورتان ومتكاملتان.

2. لدينا: $\widehat{AOM} + \widehat{AOZ} + \widehat{ZOM} = \frac{1}{2}(\widehat{XOZ} + \widehat{ZOY})$

$= \frac{1}{2}(180°) = 90°$

ومنه (OA) و (OM) متعامدان.

إرشادات وتوجيهات

- إذا كان مجموع قيسي زاويتين يساوي $90°$ فإن الزاويتين متتامتان.
- إذا كان مجموع قيسي زاويتين يساوي $180°$ فإن الزاويتين متكاملتان.
- حدّد الزاويتين المتقابلتين بالرأس، وكذلك الزاويتين المتتامتين، الزاويتين المتكاملتين، قبل الشروع في الحساب.
- يمكن ترجمة الشكل إلى معادلة المجهول فيها هو قيس الزاوية المطلوبة.
- لاحظ أنّ الزاوية $\widehat{MOB}$ قائمة وقيسها $90°$.
- لاحظ وبالكيفية نفسها يمكن حساب كلّ زوايا الشكل.

$\widehat{ZAX'} = 180° - 70° = 110°$

$\widehat{Z'AB} = \widehat{ZAX} = 70°$

الإجابة خطأ. لأنّه ليس لهما الرأس نفسه.

30 الزّوايا (2)

الكفاءات المستهدفة

- معرفة خاصيّة الزّاويتين المتقابلتين بالرّأس وتوظيفها.
- معرفة خواصّ الزّوايا المعيّنة بمتوازيين وقاطع وتوظيفها.

مكتسبات

- مقارنة زاويتين، إنجاز مثيل لزاوية لها نفس قيس زاوية معطاة.
- قياس زاوية بمنقلة.

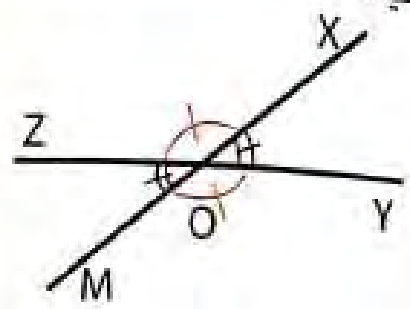
ما يلزمك معرفته

① الزّاويتان المتقابلتان بالرّأس

الزّاويتان المتقابلتان بالرّأس هما زاويتان لهما:

أ) رأس مشترك.

ب) وحاملا ضلعي الزّاوية الأولى هما نفسيهما حاملا ضلعي الزّاوية الثانية.

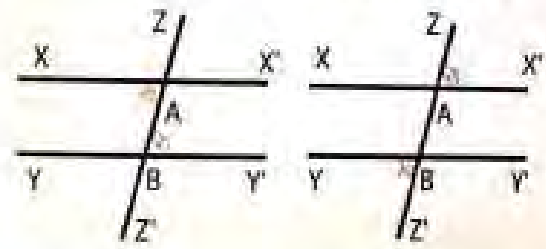


- XOY و ZOM متقابلتان بالرّأس
- XOZ و YOM متقابلتان بالرّأس
- تنتج الزّاويتان المتقابلتان بالرّأس عن تقاطع مستقيمين.
- الزّاويتان المتقابلتان بالرّأس متقايستان.

② الزّوايا المعيّنة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما

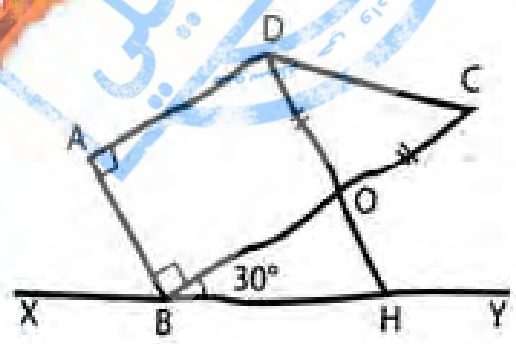
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ:

- كلّ زاويتين متبادلتين داخلياً (أو خارجيا) متقايستان.



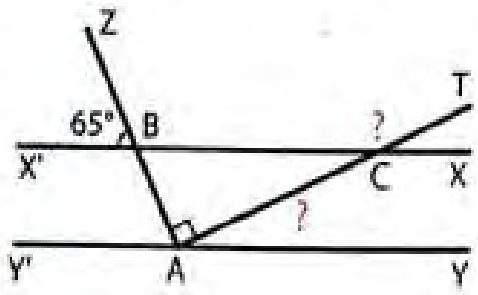
التمارين

1. الشكل المقابل مرسوم باليد الحرّة، وفيه: (XY) مستقيم، $\widehat{CBY}=30°$، $(AB)//(DH)$، $OD=OC$، $\widehat{DAB}=\widehat{ABC}=90°$.



1. أنجز مثيلا لهذا الشكل بدقة.
2. عيّن قيس كلّ من الزّوايتين $\widehat{OHY}$ و $\widehat{CDA}$.
3. ما نوع الرّباعي $ABOD$ ؟

2. اكتب البرنامج الّذي يُمكّنُ من إنشاء الشكل المقابل بدءاً من << ارسم مستقيمين متوازيين (XX') و (YY')، ... >>

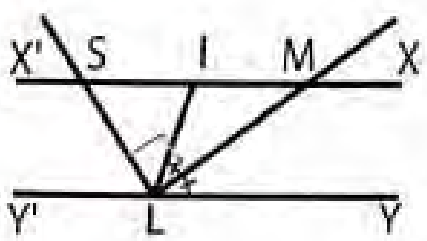


- عيّن قيس كلّ من الزّاويتين $\widehat{CAY}$ و $\widehat{BCT}$.

3. ارسم متوازي أضلاع $SMRT$ حيث $\widehat{TSM}=30°$، منصّف الزّاوية التي رأسها النّقطة M يقطع $[ST)$ في النّقطة G.
- ما هي أقياس زوايا الرّباعي $MRTG$. و ما هو نوعه ؟

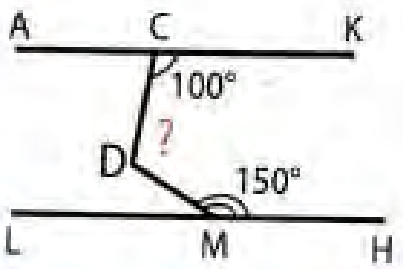
4. ارسم متوازي أضلاع $LMST$ فيه $LM < MS$، وعلّم نقطتين E و F من $[LT]$ و $[MS]$ على التّرتيب حيث $EL = LM = FS$.
1. بيّن أنّ $[ME)$ منصّف للزاوية $\widehat{LMF}$.
2. بيّن أنّ $[TF)$ منصّف للزاوية $\widehat{STE}$.
3. استنتج طبيعة الرّباعي $TEMF$.

5. ارسم مستقيمين متوازيين (XX') و (YY')، وعلّم نقطتين E و L من (XX') و (YY') على التّرتيب.
منصّف الزّاوية $\widehat{TLY}$ يقطع (XX') في النّقطة M
العموديّ على (LM) الّذي يشمل النّقطة L يقطع (XX') في النّقطة S.



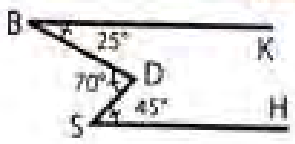
بيّن أنّ النّقط S و L و M تنتمي إلى دائرة، يطلب رسمها.

6. (AK) و (LH) مستقيمان متوازيان، $\widehat{KCD}=100°$ و $\widehat{DMH}=150°$.

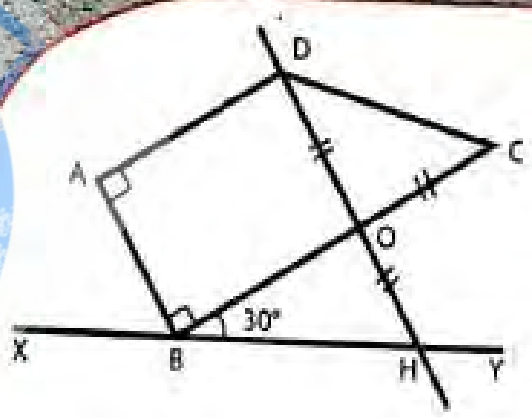


- عيّن قيس الزّاوية $\widehat{CDM}$.

أصحيح أم خطأ ؟ (SH) و (BK) متوازيان.



حلول التمارين



1. لحساب قيس الزّاوية $\widehat{OHY}$

لدينا $\widehat{BOH}=90°$ لأنّ $(AB)\,//\,(DH)$

و (BC) عمودي على (AB)

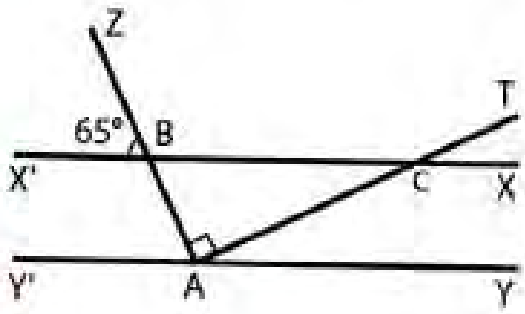
إنّ: $\widehat{OHB}=180-(90+30)=60$

ومنه: $\widehat{OHY}=180-60=120°$

قيس الزّاوية $\widehat{CDA}$ هو $\widehat{CDA}=90+45=135°$

(أنظر الإرشادات)

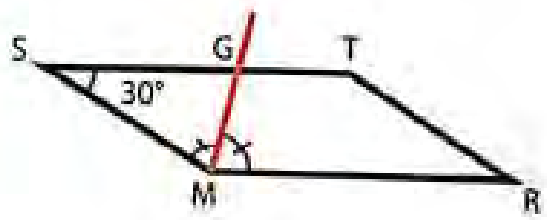
الرّباعيّ $ABOD$ هو مستطيل، لأنّ كل زواياه قائمة.



2. أرسم مستقيمين متوازيين (XX') و (YY')، علّم نقطة A من المستقيم (YY').

أرسم نصف المستقيم $[AZ)$ يقطع (XX') في B حيث الزّاوية $X'BZ$ قيسها $65°$. أرسم نصف المستقيم $[AT)$ عموديّ على $[AZ)$ فيقطع (XX') في النقطة C.

قيس الزّاوية CAY هو $25°$ و قيس الزّاوية BCT هو $155°$.



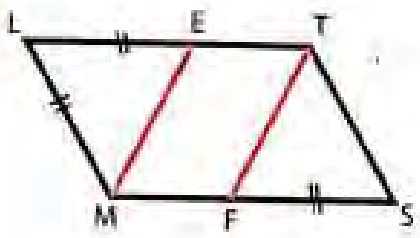
3. لدينا: $\widehat{MRT}=\widehat{MST}=30°$

و $\widehat{GTR}=180-30=150°$

و $\widehat{GMR}=\frac{1}{2}(\widehat{SMR})=75°$

و $\widehat{TGM}=360-(75+30+150)=105°$

• الرّباعي $MRTG$ شبه منحرف.



4. 1. المثلّث LME متساوي الساقين رأسه L، ومنه $\widehat{MEL}=\widehat{LME}$.

و $\widehat{MEL}=\widehat{EMF}$ لأنّهما متبادلتان داخلياً.

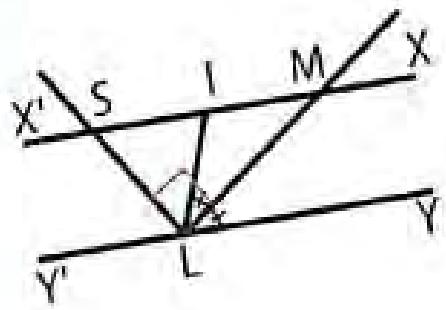
ومنه $\widehat{LME}=\widehat{EMF}$. أي $[ME)$ منصّف للزّاوية $\widehat{LMF}$.

2. بنفس الطّريقة السّابقة نبيّن أنّ $[TF)$ منصّف للزّاوية $\widehat{STE}$.

3. الرّباعي $TEMF$ متوازي أضلاع، لأنّ $MF=ET$ و $(ET)\,//\,(MF)$.

5. لنبيّن أنّ المثلّث ILM متساوي الساقين لدينا.

$\widehat{MLY}=\widehat{IML}$ بالتبادل الداخلي و $\widehat{MLY}=\widehat{ILM}$ بالتّنصيف، ومنه $\widehat{IML}=\widehat{ILM}$ و المثلّث ILM متساوي الساقين.

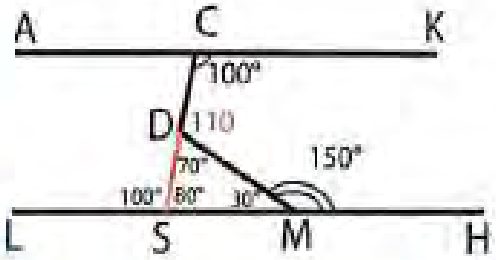


لنبيّن أنّ المثلّث ILS متساوي الساقين، نبيّن أولا:

لدينا $\widehat{SLI}+\widehat{ILM}=\widehat{SLY'}+\widehat{MLY}=90°$ و $\widehat{ILM}=\widehat{MLY}$

ومنه $SLI'=SLY$ ثمّ نكمل بنفس الطّريقة السابقة. فنجد أنّ المثلّث ILS متساوي الساقين ومنه $IS=IL=IM$

إذن النّقط S و L و M تنتمي إلى دائرة مركزها I ونصف قطرها IS.



6. نرسم نصف المستقيم $[CD)$ يقطع (LH) في النقطة S.

نعيّن أقياس زوايا المثلّث DMS (أنظر الشكل المقابل).

قيس الزّاوية $\widehat{CDM}$ هو $110°$.

إرشادات وتوجيهات

- العموديّ على أحد مستقيمين متوازيين عموديّ على الآخر.
- المثلّث OCD قائم في النّقطة O ومتساوي الساقين، ومنه قيس كل من الزّاويتين $\widehat{DCO}$ و $\widehat{ODC}$ هو $45°$.
- قيس الزّاوية $\widehat{CAY}$ هو حلّ المعادلة
  $x+90+65=180$
- قيس الزّاوية $\widehat{BCT}$ هو حلّ المعادلة
  $x+25=180$
- الزّاويتان المتقابلتان في متوازي الأضلاع متقايستان.
- الزّاويتان المتتاليتان في متوازي الأضلاع متكاملتان.
- لاحظ أنّ $EL=LM$
  $(MS)\,//\,(LT)$ و (EM) قاطع لهما.
- لاحظ أنّ $ST=SF$.
- أولا نبيّن أنّ
- الزّاويتان $\widehat{ISL}$ و $\widehat{ILS}$ متقايستان.
- الزّاويتان $\widehat{CDM}$ و $\widehat{MDS}$ متكاملتان.

الإجابة صحيح، يمكن التّحقق برسم (BD) فيقطع (SH) في النّقطة A، وحساب الزّاوية SAD.

31 الزّوايا (3)

الكفاءات المستهدفة

• معرفة خواص الزّوايا المعيّنة بمستوازيين وقاطع وتوظيفها (تابع).

مكتسبات

1 معرفة التّعابير: زاويتان متجاورتان، زاويتان متكاملتان، زاويتان متتامّتان، زاويتان متبادلتان داخلياً ... وتوظيفها في وضعيات مناسبة.

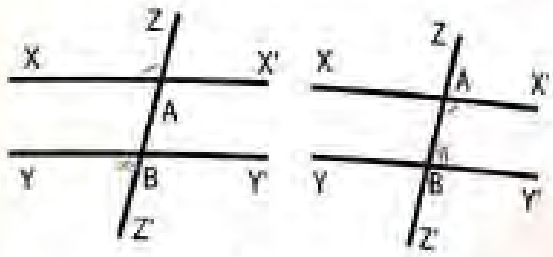
ما يلزمك معرفته

① الزّوايا المعيّنة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ:

• كلّ زاويتين متماثلتين متقايستان.

• كلّ زاويتين داخليتين (أوخارجيتين) واقعتين في نفس الجهة من القاطع متكاملتان.



② كيف نبيّن أنّ مستقيمين متوازيان

لكي يتوازى مستقيمان يكفي أن:

1) يعيّنا مع قاطع لهما زاويتان متبادلتان داخلياً (أو خارجياً) متقايستان.

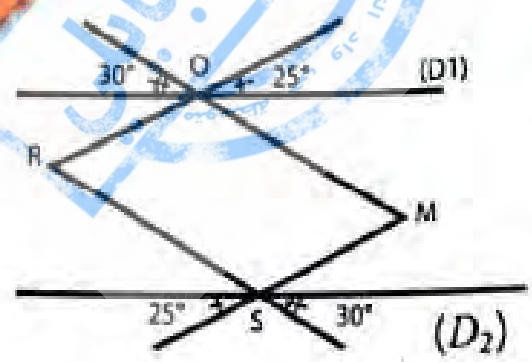
أو

2) يعيّنا مع قاطع لهما زاويتين متماثلتين متقايستين.

أو

3) يعيّنا مع قاطع لهما زاويتان داخليتان (أو خارجيتان) من الجهة نفسها بالنّسبة إلى القاطع متكاملتان.

تمارين



1. في الشكل المقابل (D_1) و (D_2) مستقيمان متوازيان، و كلّ من $[MO)$ و$[MS)$ و $[RO)$ و$[RS)$ أنصاف مستقيم. باستعمال البيانات الموضّحة عليه:

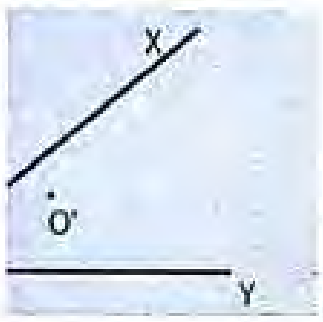
1. احسب قيس كلّ من الزّاويتين $\widehat{SMO}$ و $\widehat{ORS}$.
2. بيّن أنّ الرّباعي $ORSM$ متوازي أضلاع.

2. ارسم مثلّثا ABC قائما في B حيث $\widehat{CAB} = 60°$. علّم نقطة D من $[AC]$ بحيث $AB = AD$. الموازي لـ (BD) الذي يشمل النّقطة C يقطع (AB) في النّقطة E.

1. عيّن أقياس كلّ من الزّوايا: $\widehat{BDA}$ و $\widehat{BCD}$ و $\widehat{BEC}$.
2. استنتج نوع كلّ من المثلّثات ABD و DBC و AEC.

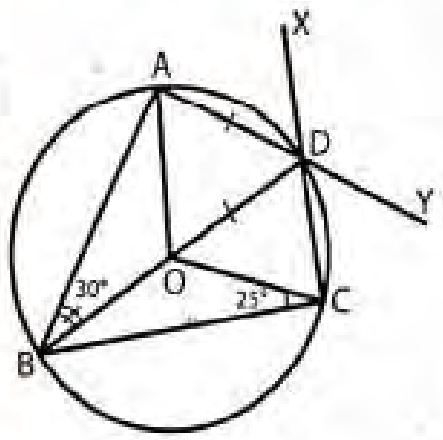
3. ارسم مثلّثا متساوي السّاقين ECK رأسه الأساسي E، وعلّم النّقطة I منتصف $[EC]$، الموازي لـ (EK) الّذي يشمل النّقطة I يقطع $[CK]$ في النّقطة F ، الموازي لـ (CK) الّذي يشمل النّقطة F يقطع $[EK]$ في النّقطة M.

1. بيّن أنّ كلاّ من المثلّثين EIM و FIC متساويا السّاقين.
2. ما نوع الرّباعيّ $EIFM$ ؟
3. بيّن أنّ $\widehat{FIC} = \widehat{KMF}$.



4. يمثل الشكل ورقة مرسوم عليها نقطة O' وزاوية $\widehat{XOY}$، ولكن النّقطة O رأس الزّاوية تقع خارج ورقة الرّسم.

• أنشئ زاوية $\widehat{X'O'Y'}$ تقايس الزّاوية $\widehat{XOY}$ باستعمال حيّز ورقة الرّسم فقط.

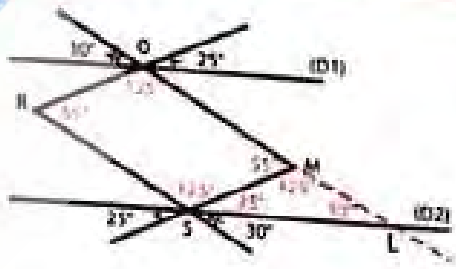


5. لاحظ الشكل جيدًا ثم أجب على الأسئلة الآتية:

1. ما هو قيس كلّ من الزّوايا $\widehat{DAO}$ و $\widehat{BOA}$ و $\widehat{COB}$.
2. بيّن أنّ النّقط B و O و D على استقامة واحدة.
3. بيّن أنّ (AB) و (AD) متعامدان. وكذلك بالنّسبة للمستقيمين (DC) و (BC).
4. بيّن أنّ الزّاويتين $\widehat{CDA}$ و $\widehat{ABC}$ متكاملتان. وكذلك بالنّسبة للزاويتين $\widehat{DAB}$ و $\widehat{BCD}$.
5. عيّن قيس كلّ من الزّاوية $\widehat{ADX}$، واستنتج العلاقة بين الزّاويتين $\widehat{ADX}$ و $\widehat{ABC}$.

أصحيح أم خطأ ؟ إذا قطع مستقيم مستقيمين في نقطتين متمايزتين فإنّ كلّ زاويتين متماثلتين متقايستان.

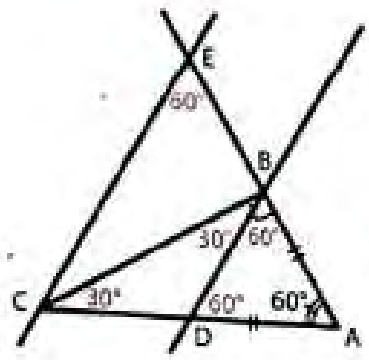
حلول التمارين



1. نمدّد المستقيم (OM) ونسمّي L نقطة تقاطعه مع $(D2)$، ونحسب اقياس زوايا المثلّث MSL. فنجد: $\widehat{MLS}=30^\circ$ و $\widehat{MSL}=25^\circ$

و $\widehat{SML}=125^\circ$ ومنه $SMO=180^\circ-125^\circ=55^\circ$ وبنفس الطّريقة نجد $\widehat{ORS}=55^\circ$

2. بما أنّ $\widehat{ORS}=\widehat{OMS}$ و $\widehat{ROM}=\widehat{RSM}=125^\circ$ فإنّ الرّباعي $ORSM$ متوازي أضلاع.



2. 1 لدينا: $\widehat{BDA}=\widehat{ABD}$ و $\widehat{BDA}+\widehat{ABD}=120^\circ$.

ومنه $\widehat{BDA}=\widehat{ABD}=60^\circ$

و $\widehat{DBC}=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ و $\widehat{BDC}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$.

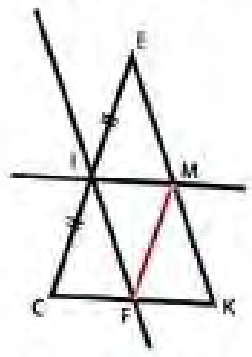
ومنه $\widehat{BCD}=180^\circ-(120^\circ+30^\circ)=30^\circ$.

و $\widehat{BEC}=\widehat{ABD}=60^\circ$ (بالتماثل الداخلي)

اقياس كلّ من الزّوايا: $\widehat{BDA}$ و $\widehat{BCD}$ و $\widehat{BEC}$.

هي على التّرتيب: 60° و 30° و 60°.

2. كلّ من المثلّثين ABD و AEC متقايسا الأضلاع، والمثلّث DBC متساوي السّاقين.



3. 1. لدينا: $\widehat{EIM}=\widehat{ECK}$ (بالتّماثل الداخلي)

و $\widehat{EMI}=\widehat{EKC}$ (بالتّماثل الداخلي)

وبما أنّ $\widehat{ECK}=\widehat{EKC}$ فإنّ $\widehat{EIM}=\widehat{EMI}$

والمثلّث EIM متساوي السّاقين.

المثلّث FIC متساوي السّاقين، لأنّ:

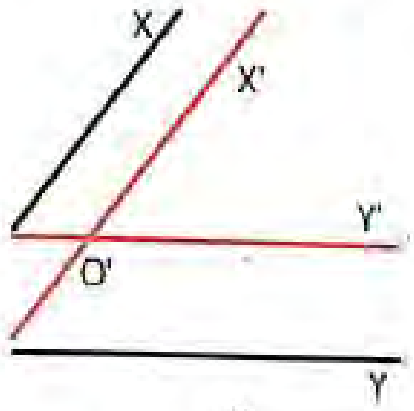
$\widehat{IFC}=\widehat{EKC}$ (بالتّماثل الداخلي) و $\widehat{EKC}=\widehat{ECK}$

2. الرّباعي $EIFM$ فيه $EM=IF$ و $(EM)\,//\,(IF)$ فهو متوازي أضلاع.

3. لدينا: $\widehat{FIC}=\widehat{MEI}$ (بالتّماثل الداخلي)

و $\widehat{MEI}=\widehat{KMF}$ (بالتّماثل الداخلي)

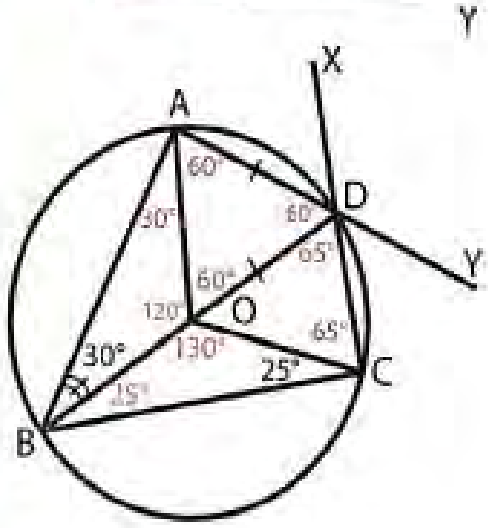
ومنه $\widehat{FIC}=\widehat{KMF}$



4. ننشئ من النّقطة O' نصف المستقيم $[O'X')$ الموازي لنصف المستقيم $[OX)$،

وننشئ من النّقطة O' نصف المستقيم $[O'Y')$ الموازي لنصف المستقيم $[OY)$.

الزّاوية $\widehat{XO'Y'}$ تقايس الزّاوية $\widehat{XOY}$.



5. قيس كلّ من الزّوايا $\widehat{DAO}$ و $\widehat{BOA}$ و $\widehat{COB}$ هو على التّرتيب:

60° و 120° و 130°.

2. النّقط B و O و D على استقامة واحدة لأنّ قيس الزّاوية $\widehat{BOD}$ هو 180°.

3. (AB) و (AD) متعامدان لأنّ $\widehat{BAD}=90^\circ$ وكذلك (DC) و (BC) متعامدان لأنّ $\widehat{DCB}=90^\circ$

4. لدينا $\widehat{CDA}=125^\circ$ و $\widehat{ABC}=55^\circ$ ومنه الزّاويتان $\widehat{CDA}$ و $\widehat{ABC}$ متكاملتان.

5. لدينا $\widehat{ADX}=55^\circ$ ومنه $\widehat{ADX}=\widehat{ABC}$.

إرشادات وتوجيهات

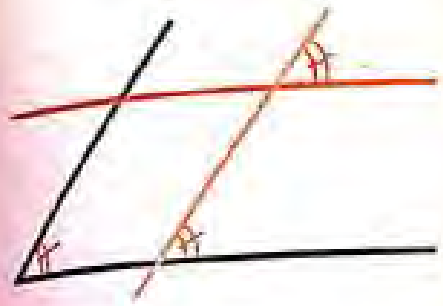
- الزّاويتان المتقابلتان بالرّأس متقايستان.
- الزّاويتان المتماثلتان متقايستان.

1. إذا كان في رباعيّ كلّ زاويتين متقابلتين متقايستين فهو متوازي اضلاع.

2. يمكن الاعتماد على إثبات أنّ $(OM)\,//\,(RS)$ و $(OR)\,//\,(MS)$ باستعمال الزّوايا.

3. مجموع اقياس زوايا مثلث تساوي 180°.

4. في التّمرين (4) نستغلّ الفكرة الآتية:



- $\widehat{DAO}=60^\circ$ لأنّ المثلث $\widehat{DAO}$ متقايس الأضلاع.
- $\widehat{BOA}=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$
- $\widehat{COB}=180^\circ-(25^\circ+25^\circ)=130^\circ$
- $\widehat{BAD}=\widehat{DAO}+\widehat{OAB}=90^\circ$
- $\widehat{CDB}=\widehat{OCD}=65^\circ$
- $\widehat{CDA}=65^\circ+60^\circ=125^\circ$
- $\widehat{ABC}=30^\circ+25^\circ=55^\circ$
- $\widehat{CDA}+\widehat{ABC}=125^\circ+55^\circ=180^\circ$
- $\widehat{ADX}=180^\circ-(60^\circ+65^\circ)=55^\circ$

الإجابة غير صحيح دائما.

المثلّثات (1)

الكفاءات المستهدفة

• معرفة مجموع زوايا مثلث وتوظيفه في وضعية معطاة.

المكتسبات

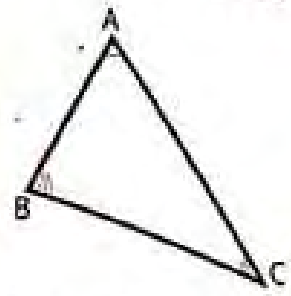
• رسم مثلث، العلاقات بين زوايا خاصة.

• قياس زوايا شكل.

ما يلزمك معرفته

① مجموع زوايا مثلث

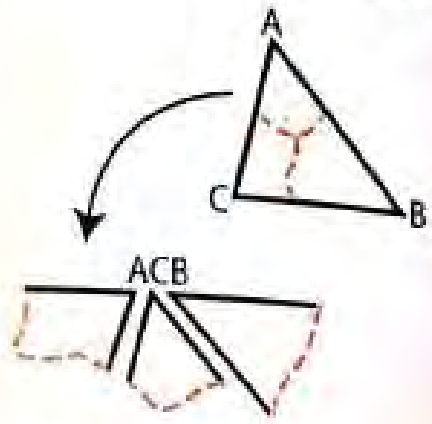
• مجموع زوايا مثلث يساوي $180°$.



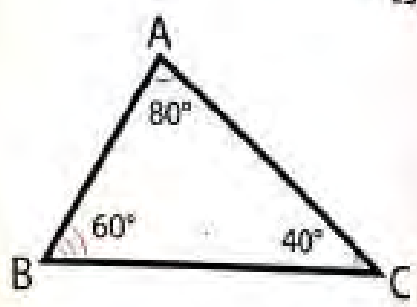
$\widehat{ABC}+\widehat{BCA}+\widehat{CAB}=180°$

• يمكن التحقّق من صحّة هذه الخاصيّة بإحدى الطّرق الآتية:

1. بالقصّ واللّصق والحصول على زاوية مستقيمة.



2. باستعمال المنقلة وقياس كلّ زاوية.

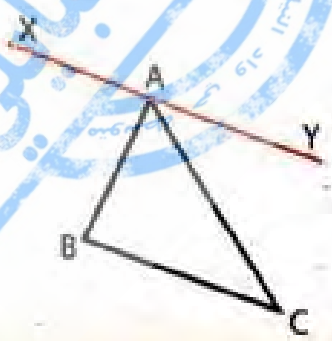


$60° + 80° + 40° = 180°$

3. بالإثبات والبرهان (انظر التّمرين 1).

تمارين

1. ارسم مثلّثا كيفيا ABC، ومستقيما (XY) موازيا لـ (BC) ويشمل النّقطة A كما في الشكل.



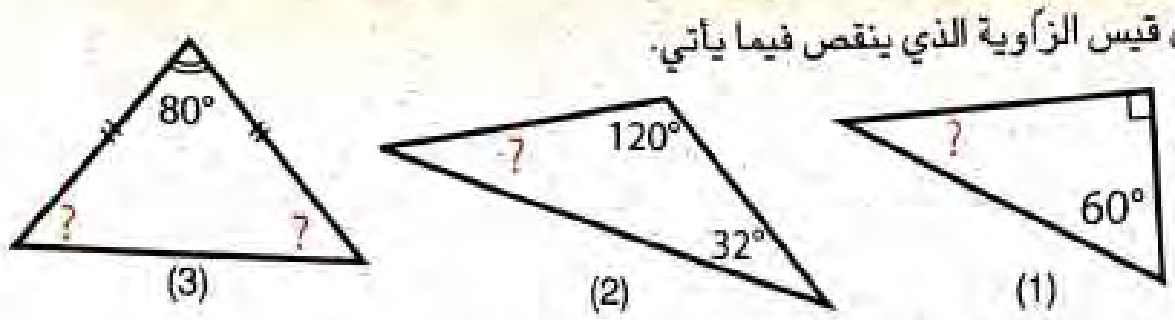
1. ما هي الزّاوية التّي تساوي الزّاوية $\widehat{ABC}$؟
2. ما هي الزّاوية التّي تساوي الزّاوية $\widehat{BCA}$؟
3. احسب مجموع زوايا المثلّث $\widehat{ABC}$.

$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = ...$

2. هل يمكن إنشاء مثلّث ABC في كلّ حالة ممّا يأتي؟ برّر جوابك.

الحالة	قيس ABC	قيس BCA	قيس CAB
ا	110°	25°	50°
ب	90°	55°	30°
ج	35°	75°	70°

3. عيّن قيس الزّاوية الذي ينقص فيما يأتي.

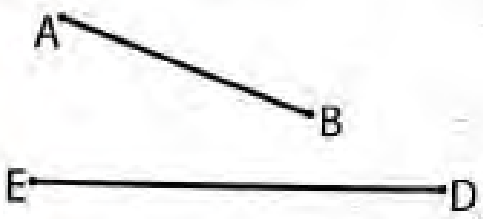


4. أنشئ مثيلا لكلّ واحد من المثلّثات الواردة في التّمرين (3).

5. انقل على كرّاسك القطعتين $[AB]$ و $[DE]$.

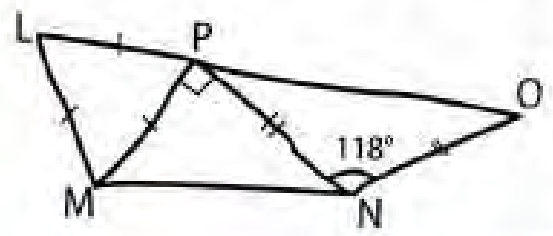
أنشئ النّقطة C بحيث: $\widehat{ABC} = 30°$ و $\widehat{CAB} = 110°$

أنشئ النّقطة F بحيث: $\widehat{DEF} = 40°$ و $\widehat{EDF} = 110°$



1. استنتج أنّ كلّ زاوية في المثلّث ABC تقايسها زاوية في المثلّث DEF.
2. هل يمكن تطبيق أحد المثلّثين ABC أو DEF على الآخر؟
3. ماذا تستنتج من السّؤالين 1 و 2.

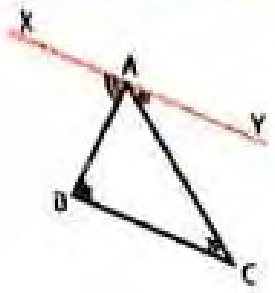
6. الشكل المقابل رسم باليد الحرّة (أي دون استعمال الأدوات الهندسيّة) وفيه LMP مثلّث متقايس الأضلاع و PMN مثلّث قائم و PNO مثلّث متساوي السّاقين و $\widehat{PNO} = 118°$.



1. أنجز مثيلا لهذا الشكل بدقّة.
2. هل النّقط L و P و O هي على استقامة واحدة؟ برّر جوابك.

أصحيح أم خطأ؟ إذا كانت في مثلّث زاويتان متتامّتين فإنّ هذا المثلّث قائم.

حلول التمارين



1. لدينا $\widehat{ABC} = \widehat{BAX}$ (بالتبادل الداخلي)

2. $\widehat{BCA} = \widehat{CAY}$ (بالتبادل الداخلي)

3. $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \widehat{BAX} + \widehat{BAC} + \widehat{CAY}$

$= \widehat{XAY} = 180°$

2. يمكن إنشاء مثلّث ABC في الحالة (ج) فقط لأنّ $70° + 75° + 35° = 180°$.

ولا يمكن إنشاء مثلّث ABC في الحالة (أ) وكذا في الحالة (ب) لأنّ:

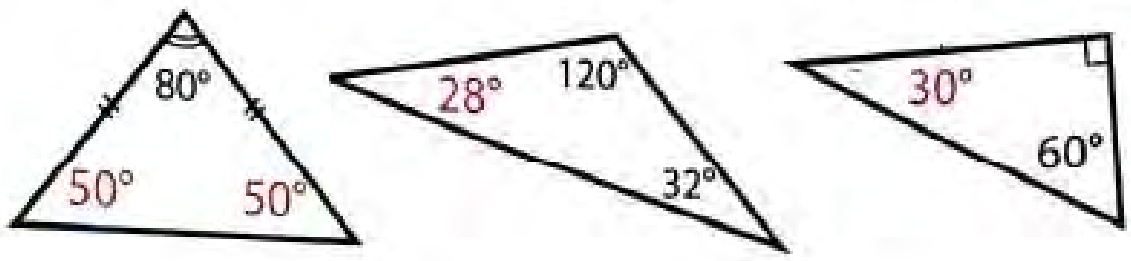
$50° + 25° + 110° = 185° \neq 180°$ و $30° + 55° + 90° = 175° \neq 180°$.

3. في (1) نحلّ المعادلة $x + 60 = 90$ فنجد $x = 30°$

في (2) نحلّ المعادلة $x + 32 + 120 = 180$ فنجد $x = 28°$

في (3) نحلّ المعادلة $2x + 80 = 180$ فنجد $x = 50°$

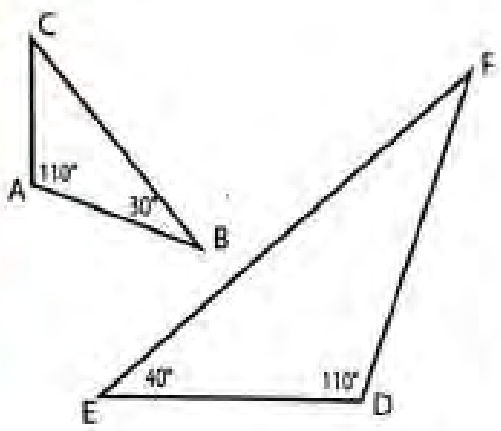
4. إنشاء مثيل لكلّ واحد من المثلّثات الواردة في التّمرين (3).



5. 1. $\widehat{EDF} = \widehat{CAB} = 110°$

$\widehat{FED} = \widehat{ACB} = 40°$

$\widehat{EFD} = \widehat{ABC} = 30°$



2. لاحظ أنّه لا يمكن تطبيق أحد المثلّثين على الآخر.

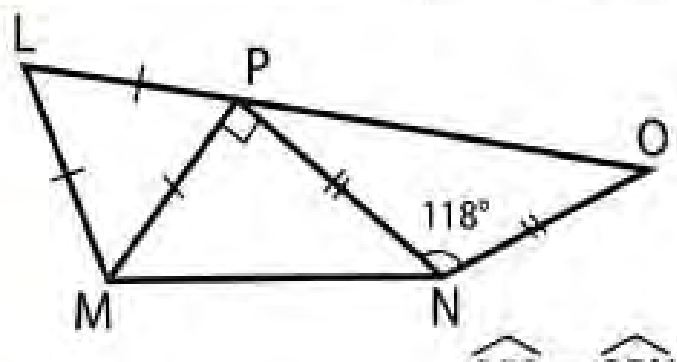
3. نستنتج أنّ تساوي زوايا مثلث مع زوايا مثلّث آخر لا يكفي للقول: إنّ هذين المثلّثين متطابقان.

6. نحسب قيسيّ الزّاويتين $\widehat{NPO}$ و $\widehat{LMP}$.

لدينا: $\widehat{LMP} = 60°$ لأنّ المثلّث $\widehat{LMP}$ متقايس الأضلاع.

و $\widehat{NPO} = \widehat{PON}$.

ومنه $\widehat{NPO} = \frac{1}{2}(180° - 118°) = 31°$.



لمعرفة فيما إذا كانت النّقط O و P و L على استقامة واحدة نحسب قيس الزّاوية $\widehat{OPL}$:

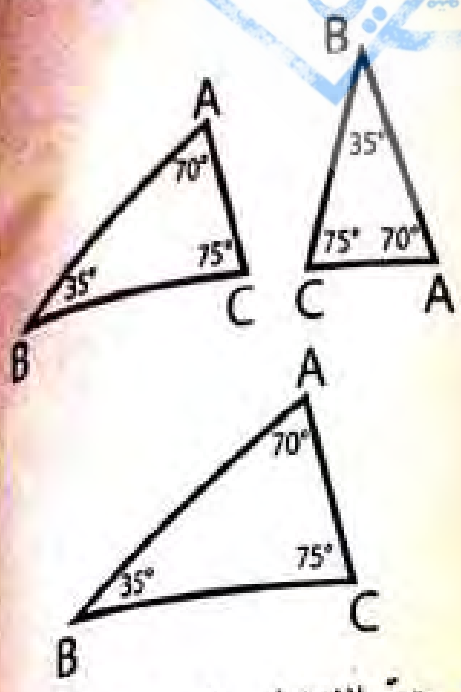
$\widehat{OPL} = \widehat{OPN} + \widehat{NPM} + \widehat{MPL} = 31° + 90° + 60° = 181°$

ومنه النّقط O و P و L ليست على استقامة واحدة.

إرشادات وتوجيهات

الزّاوية $\widehat{XAY}$ مستقيمة قيسها $180°$.

يمكن إنشاء عدّة مثلّثات في الحالة (أ)



يتمّ الإنشاء باستعمال المنقلة لرسم الزّوايا بالأقياس المعطاة.

$\widehat{ACB} = 180° - (110° + 30°) = 40°$

$\widehat{EFD} = 180° - (110° + 40°) = 30°$

يمكن حساب قيس الزّاوية $\widehat{OPN}$ بحلّ المعادلة: $2x + 118 = 180$

المثلثات (2)

الكفاءات المستهدفة

• إنشاء مثلث بمعرفة: 1) طول ضلع والزاويتان المجاورتان له.
2) طولا ضلعين والزاوية المحصورة بينهما.
3) أطوال الأضلاع الثلاثة.

مكتسبات

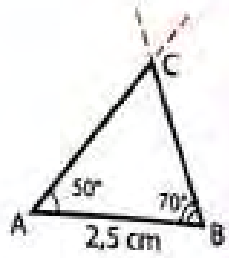
- إنشاء أشكال هندسية أولية.
- خواص الزّوايا.

ما يلزمك معرفته

① إنشاء مثلّث

لإنشاء مثلّث يكفي معرفة:

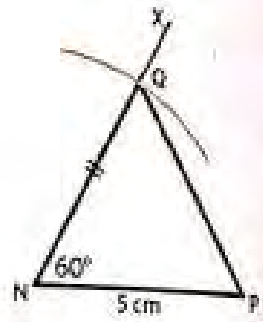
طول ضلع والزّاويتان المجاورتان له.



أو

طولا ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما.

أو



أطوال الأضلاع الثلاثة.

(يشرط أن يكون الطّول الأكبر أصغر من مجموع الطّولين الآخرين)

تمارين

1. أنشئ مثلثًا MOT بحيث $OT = 5,3\ cm$ و $\widehat{MOT} = 60°$ و $\widehat{OTM} = 40°$

2. أنشئ مثلثًا KLM بحيث $LM = 3,5\ cm$ و $LK = 2,8\ cm$ و $\widehat{KLM} = 75°$

3. أنشئ مثلثًا DEL بحيث $DE = 5,6\ cm$ و $EL = 4,2\ cm$ و $LD = 3,7\ cm$

4. أنشئ مثلثًا BVH بحيث $VH = 4,5\ cm$ و $\widehat{BVH} = 68°$ و $\widehat{VHB} = 22°$.
• ما نوع المثلّث BVH ؟ برّر جوابك.

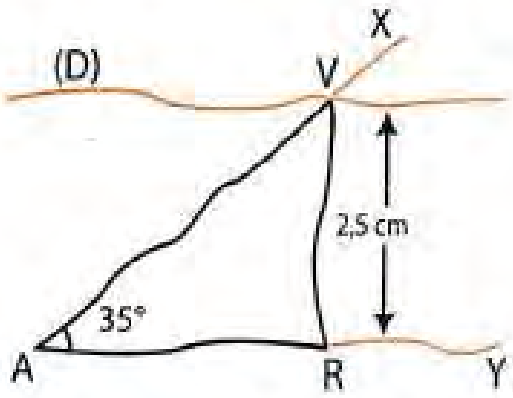
5. أنشئ مثلثًا NPQ بحيث $NP = NQ = 5\ cm$ و $\widehat{QNP} = 60°$.
• ما نوع المثلّث NPQ ؟ برّر جوابك.

6. نريد إنشاء مثلّث متساوي الساقين LGR راسه الأساسيّ L ، حيث النّقطة R تنتمي إلى (D).

1. انقل الشكل المقابل على كرّاسك.
2. اشرح طريقة الحصول على النّقطة R.
3. هل يوجد مثلّث آخر؟

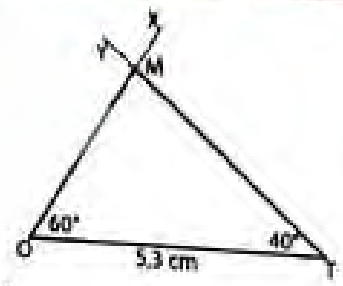
7. لإنشاء مثلّث VAR قائم في R و $\widehat{VAR} = 35°$ و $VR = 2,5cm$.

1. أنجز مثيل الشكل المقابل باليد الحرّة فيه مثلثًا VAR يحقّق المعطيات بالتّقريب. لاحظ أنّ النّقطة V هي تقاطع $[AX)$ (أحد ضلعي الزّاوية VAR) والمستقيم (D) الّذي يشكّل مع $[AY)$ (الضّلع الآخر للزّاوية) شريطا عرضه $2,5cm$.
2. باستعمال الملاحظات السّابقة أنشئ المثلّث VAR بدقة (باستعمال الأدوات الهندسيّة)

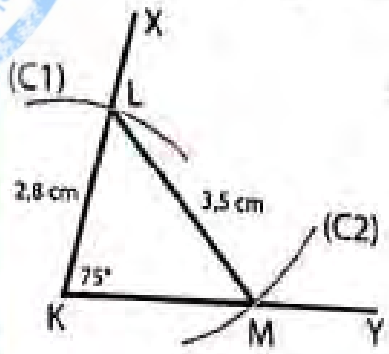


أصحيح أم خطأ ؟ يوجد مثلّث فيه زاويتان متفرجتان.

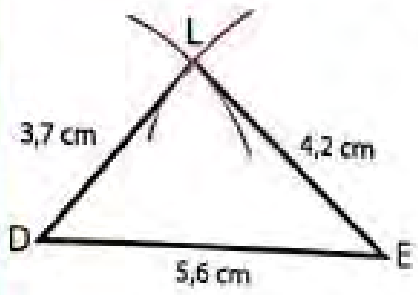
حلول التمارين



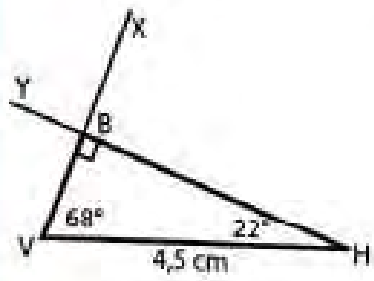
1. نرسم قطعة مستقيم $[OT]$ طولها $5,3cm$.
نرسم نصفي مستقيم $[OX)$ و $[OY)$ حيث $\widehat{XOT} = 60°$ و $\widehat{OTY} = 40°$. نسمي M نقطة تقاطعهما.



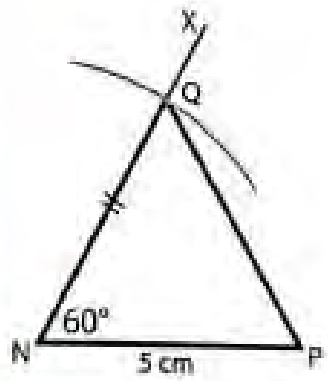
2. نرسم زاوية $\widehat{XKY}$ قيسها $75°$، وقوس دائرة (C_1) مركزها K ونصف قطرها $2,8cm$ فتقطع $[KX)$ في النقطة L، وقوس دائرة (C_2) مركزها L ونصف قطرها $3,5cm$ فتقطع $[KY)$ في النقطة M. نصل $[AB]$.



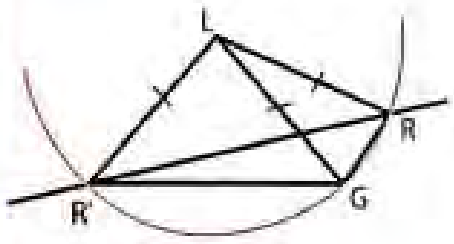
3. نرسم قطعة مستقيم $[DE]$ طولها $5,6cm$، وقوس دائرة (C_1) مركزها D ونصف قطرها $3,7cm$، وقوس دائرة (C_2) مركزها E ونصف قطرها $4,2cm$ تقطع قوس الدائرة (C_1) في النقطة L. نرسم عندئذ القطعتين $[LD]$ و $[EL]$.



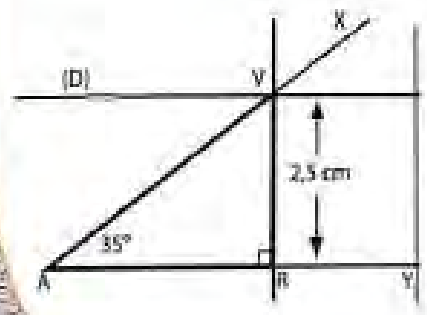
4. نرسم قطعة مستقيم $[VH]$ طولها $4,5cm$.
نرسم نصفي مستقيم $[VX)$ و $[HY)$ حيث $\widehat{XVH} = 68°$ و $\widehat{VHY} = 22°$. نسمي B نقطة تقاطعهما.
المثلث BVH قائم في B، لأن $\widehat{VBH} = 180° - (68° + 22°) = 90°$.



5. نرسم قطعة مستقيم $[NP]$ طولها $5cm$.
نرسم نصف مستقيم $[NX)$ حيث $\widehat{PNX} = 60°$، نرسم قوس دائرة مركزها N ونصف قطرها $5cm$، تقطع نصف مستقيم $[NX)$ في النقطة Q نصل النقطتين Q و P.
المثلث NPQ متساوي الأضلاع لأن زواياه متقايسة وقيس كل منها $60°$.



6. 2. الحصول على النقطة R يتم برسم دائرة (C) مركزها L ونصف قطرها LG، تقطع (D) في نقطتين نسمي إحداهما R.
3. يوجد مثلث آخر متساوي الساقين LGR' حيث R' هي النقطة الثانية التي تقطع فيها الدائرة (C) المستقيم (D).



7. نرسم الزاوية $\widehat{XOY}$ قيسها $35°$. نرسم مستقيما (D) يوازي $[AY)$ ويبعد عنه بـ $2,5cm$ يقطع $[AX)$ في النقطة V. نرسم العمود على $[AY)$ الذي يشمل النقطة V فيقطعه في النقطة R. بذلك نحصل على المثلث VAR المطلوب.

إرشادات وتوجيهات

- نستعمل المنقلة لتعيين الزاويتين $\widehat{XOT}$ و $\widehat{OTY}$.
- نصف قطر قوس الدائرة (C_1) ونصف قطر قوس الدائرة (C_2) هما طولا الضلعين المعلومين في المثلث المطلوب إنشاؤه.
- لاحظ أنّ: $5,6 < 4,2 + 3,7$
- نستعمل المنقلة لتعيين الزاويتين $22°$ و $60°$.
- الزاويتان $\widehat{NQP}$ ، $\widehat{NPQ}$ متقايستان ومجموعهما $120°$.
- المثلث الذي فيه زاوية $60°$ وضلعاها متقايسان هو مثلث متقايس الأضلاع.
- بما أنّ النقطتين L و G في جهتين مختلفتين بالنسبة إلى المستقيم (D)
فإنّ الدائرة التي مركزها L ونصف قطرها LG تقطع (D) في نقطتين.
- (D) يصنع مع حامل $[AY)$ شريطا عرضه $2,5\ cm$.

الإجابة خطأ.

المثلّثات (3)

الكفاءات المستهدفة

• معرفة المتباينة المثلثية واستعمالها.

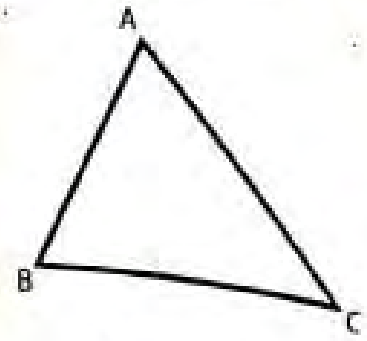
مكتسبات

• إنشاء أشكال هندسيّة أوليّة.

ما يلزمك معرفته

① **المتباينة المثلّثية**

• طول أيّ ضلع في مثلّث أصغر تماما من مجموع طولي الضلعين الآخرين.



• $AB < AC + CB$

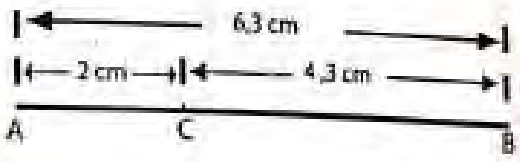
• $AC < AB + BC$

• $BC < BA + AC$

حالة خاصّة:

• إذا كان $AB = AC + CB$ فإنّ النقطة C تنتمي إلى $[AB]$

• إذا انتمت النقطة C إلى $[AB]$ فإن $AB = AC + CB$



$CB = 4,3cm$ ، $AC = 2cm$

$AB = 6,3cm$

تمارين

1. 1. هل يمكن إنشاء مثلّث ABC في كلّ حالة ممّا يأتي؟

2. في حالة الجواب بـ نعم أنشئ مثلّثا مناسبا.

الحالة	AB	BC	CA
أ	4 cm	2,3 cm	5 cm
ب	7 cm	3,4 cm	3,3 cm
ج	5,6 cm	1,6 cm	4 cm
د	8 cm	45 mm	20 mm

2. SFD . مثلّث كيفيّ، O نقطة من $[FD]$.

بيّن أنّ: $2SO < SF + FD + DS$

3. نريد أن نبيّن أنّ: "في مثلّث الضلع الأطول يقابل الزاوية الأوسع".

ارسم مثلّثا CML بحيث $CL > CM$ ، وعلّم نقطة N من $[CL]$ بحيث $CM = CN$.

1. ما نوع المثلّث CMN ؟

2. بيّن أنّ $\widehat{CML} > \widehat{MLC}$.

4. بيّن أنّ: في مثلّث الزاوية الأوسع تقابل الضلع الأطول.

5. LGF .5مثلّث كيفيّ، LM الارتفاع المتعلّق بالضلع $[GF]$.

• بيّن أنّ: 1) $LM < LG$

2) $LM < LF$.

6. بيّن أن مجموع ارتفاعات المثلّث أصغر من محيطه.

7. مثلّث أطوال أضلاعه 2,3 و 7,7 و x (وحدة الطّول هي السّنتيمتر).

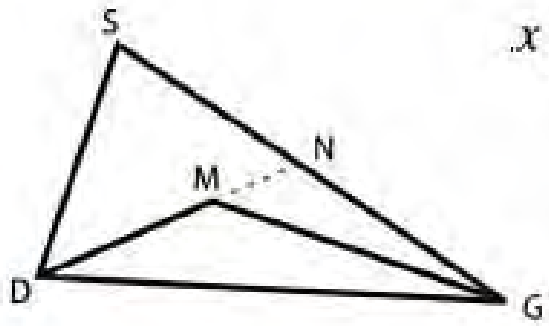
1. بيّن أنّ هذا المثلّث يقبل إنشاء في حالة $5,4 < x < 10$ فقط.

2. ما عدد المثلّثات الموافقة للقيم الطّبيعيّة الممكنة لـ x ؟

3. أنشئ المثلّث الموافق لأكبر قيمة طبيعيّة ممكنة لـ x.

8. ارسم مثلّثا SDG ، علّم نقطة M داخله.

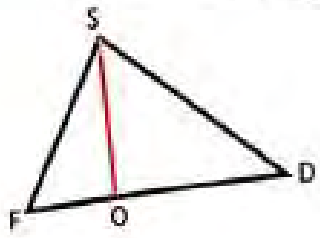
• بيّن أنّ: $MD + MG < SD + SG$



أصحيح أم خطأ ؟ يوجد مثلّث أطوال أضلاعه $8cm$ و $2,3cm$ و $3,7cm$.

حلول التمارين

الحالة	الجواب
أ	يمكن إنشاء مثلّث ABC (انظر الإرشادات)
ب	لا يمكن إنشاء مثلّث ABC، لأنّ $3,3 + 3,4 < 7$
ج	لا يمكن إنشاء مثلّث ABC، لأنّ $4 + 1,6 = 5,6$
د	لا يمكن إنشاء مثلّث ABC، لأنّ $2 + 4,5 < 8$

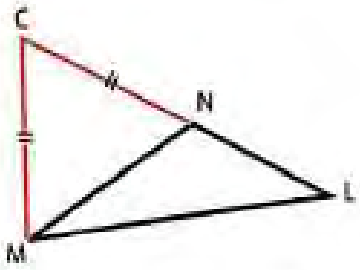


2. من المثلّث OSD لدينا: $SO < DO + SD$ ... (1)

ومن المثلّث OSF لدينا $SO < OF + FS$ ... (2)

من (1) و(2) نجد $2SO < DO + OF + DS + FS$

لكن $DO + OF = DF$ ومنه $2SO < SF + FD + DS$



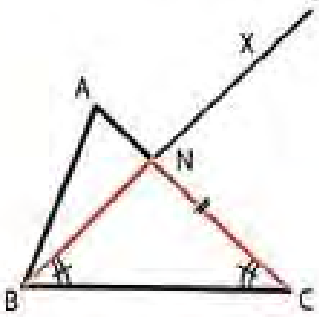
3. 1. المثلّث CMN متساوي الساقين لأن $CM = CN$.

2. لدينا $\widehat{CMN} = \widehat{CNM} = 180° - \widehat{MNL}$

$= \widehat{NML} + \widehat{MLN}$

ومنه $\widehat{CMN} > \widehat{MLN}$ لأنّ $\widehat{NML} > 0$

وبما أنّ $\widehat{CML} > \widehat{CMN}$ فإنّ $\widehat{CML} > \widehat{MNC}$



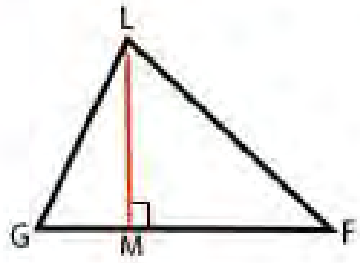
4. نرسم مثلثا ABC بحيث $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$، نرسم نصف مستقيم $[BX)$ حيث $\widehat{XBC} = \widehat{ACB}$ فيقطع $[AC]$ في نقطة N.

إنّ المثلّث NBC متساوي الساقين فيه $NB = NC$

في المثلّث ANB لدينا $AN + NB > AB$

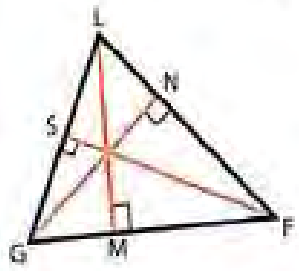
وبما أنّ $AN + NB = AN + NC = AC$ فإنّ $AC > AB$

ومنه في المثلّث الزّاوية الأوسع تقابل الضّلع الأطول.



5. 1) الزّاوية $\widehat{LMG}$ أوسع من الزّاوية $\widehat{LFM}$ ومنه $LM < LG$

2) الزّاوية $\widehat{LMF}$ أوسع من الزّاوية $\widehat{LFM}$ ومنه $LM < LG$



6. نرسم مثلثا كيفياً LGF، ونعيّن الارتفاعات LM وCN وFS المتعلّقة بالأضلاع $[GF]$ و$[LF]$ و$[LG]$ على التّرتيب. باستعمال نتائج التّمرين السّابق نجد:

$LM < LF$ و $FS < FG$ و $GN < GL$

ومنه $LM + FS + GN < LF + FG + GL$

إذن: مجموع ارتفاعات المثلّث أصغر من محيطه.

7. 1. المثلّث يقبل الإنشاء إذا كان $x < 7,7 + 2,3$ أي $x < 10$ و $7,7 < x + 2,3$ وفي هذه الحالة $5,4 < x$ ومنه $5,4 < x < 10$

2. عدد المثلّثات الموافقة للقيم الطّبيعيّة الممكنة لـ x هو 4.

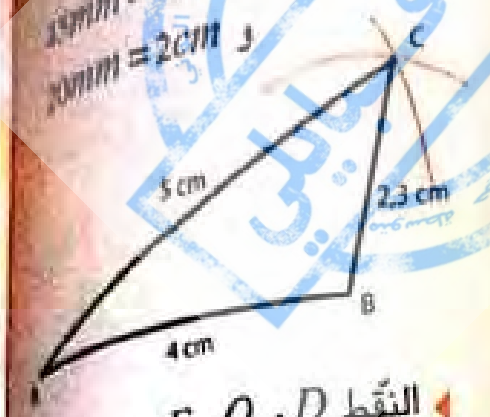
3. يتم إنشاء المثلّث الموافق كما في التّمرين رقم 3 من البطاقة 33.

8. $MG < MN + NG$ نضيف إلى الطرفين MD فنجد:

$$MD + MG < MD + MN + NG =$$
$$= DN + NG$$
$$< SD + SN + NG$$
$$= SD + SG$$

إرشادات وتوجيهات

نحوّل أولاً: $45mm = 4,5cm$ و $20mm = 2cm$



النّقط D و O و F على استقامة واحدة ومنه $DO + OF = DF$

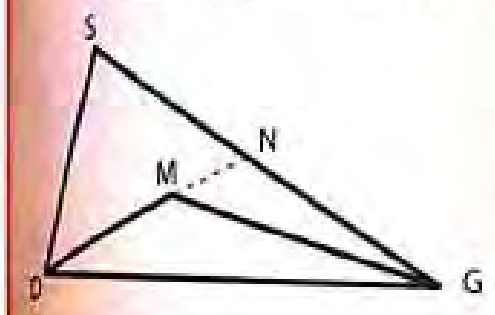
الزّاوية $\widehat{CNL}$ مستقيمة.

$\widehat{NML} + \widehat{MLN} = 180° - \widehat{MNL}$

الزّاوية $\widehat{LMG}$ قائمة، بينما الزّاوية $\widehat{LFM}$ حادّة.

مجموعة الأعداد الطّبيعيّة الّتي تحقق $5,4 < x < 10$ هي $\{6, 7, 8, 9\}$

كلّ عدد طبيعيّ من المجموعة $\{6, 7, 8, 9\}$ يقابله مثلث.



سمّ N نقطة تقاطع $[DM)$ و $[SG]$، واستعمل المتباينة المثلّثيّة في كلّ من المثلّثين SDN و NMG.

الإجابة خطأ، لأنّ $2,3 + 3,7 = 6 < 8$.

الكفاءات المستهدفة

• المثلّثات المتقايسة (بالتّطابق أو التّناظر).

مكتسبات

• استعمال التّناظر المركزيّ وكذا التّناظر المحوريّ.

ما يلزمك معرفته

① المثلّثات المتقايسة

• المثلّثان المتقايسان هما مثلّثان يمكن تطبيق أحدهما على الآخر.

• إذا تقايس مثلّثان فإنّ:

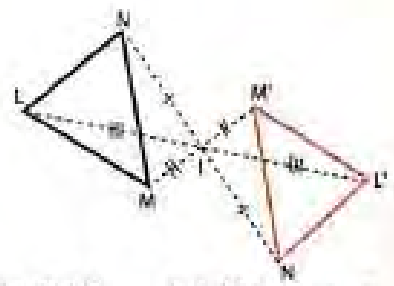
أضلاع أحدهما تقايس أضلاع الآخر.

زوايا أحدهما تقايس زوايا الآخر.

② المثلّثان المتناظران بالنّسبة إلى مستقيم متقايسان.

المثلّثان ABC و $A'B'C'$ متقايسان.

③ المثلّثان المتناظران بالنّسبة إلى نقطة متقايسان.



• المثلّثان LMN و $L'M'N'$ متقايسان.

تمارين

1. ارسم مثلّثا كيفيا ABC، وعلّم نقطة N. أنشئ المثلّث $A'B'C'$ نظير المثلّث ABC بالنّسبة إلى النّقطة N.
• هل يمكن تطبيق أحد المثلّثين على الآخر؟ ماذا تستنتج ؟

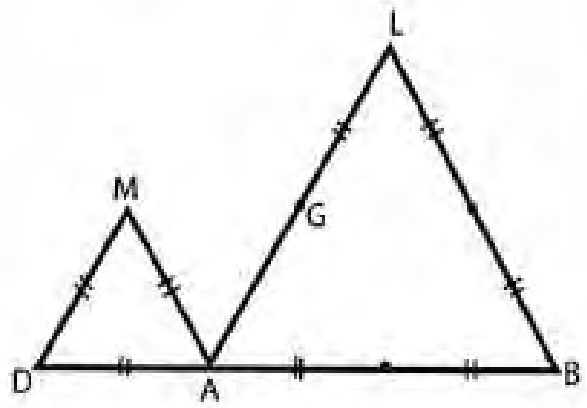
2. ارسم مثلّثا كيفيا FGH، ومستقيما (D). أنشئ المثلّث $F'G'H'$ نظير المثلّث FFH بالنّسبة إلى (D).
• هل يمكن تطبيق أحد المثلّثين على الآخر؟ ماذا تستنتج ؟

3. ارسم مربّعا، بكم طريقة يمكن تقسيمه إلى مثلّثين متقايسين؟

4. ارسم مثلّثا متقايس الأضلاع . أنشئ نظائره بالنّسبة إلى حوامل أضلاعه.
• بيّن أنّ الشّكل النّاتج هو مثلّث متقايس الأضلاع وأنّ المثلّث النّاتج مكوّن من أربعة مثلثات متقايسة.

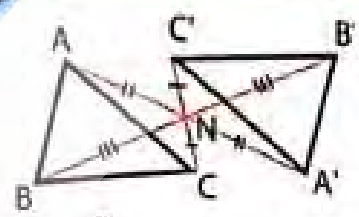
5. ارسم مربّعا $ABCD$.
1. بيّن أنّ $[BD)$ هو منصّف للزّاوية ABC .
2. علّم النّقطتين H و F بحيث يكون كلّ من المثلّثين BHD و BDF متقايسي الأضلاع.
3. بيّن أنّ كلاّ من النّقطتين H و F تنتمي إلى محور $[BD]$.
4. ما نوع الرّباعيّ $FBHD$؟
5. استنتج أنّ النّقط H و F و A و C على استقامة واحدة.

6. ارسم قطعة مستقيم $[DB]$، وعلّم عليها النّقطة A حيث $DB = 3\ DA$.
1. أنشئ مثلّثين متقايسي الأضلاع MDA و LAB.
2. علّم النّقطة G منتصف $[AL]$. ما نوع المثلّث MGL؟
3. بيّن أنّ المستقيمين (AM) و (LM) متعامدان.
4. (DM) و (BL) يتقاطعان في النّقطة S. بيّن أنّ الرّباعيّ $SMAL$ متوازي أضلاع.
5. دون إجراء أي حساب بيّن أنّ:
أ) مساحة المثلّث MDA تساوي ربع مساحة المثلث LAB.
ب) مساحة المثلّث LAB تساوي مساحة الرّباعيّ $SMAL$.



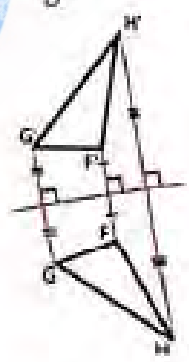
أصحيح أم خطأ ؟ إذا كان لمثلّثين نفس أقياس الزوايا، فهما متقايسان.

حلول التمارين



1. لإنشاء المثلّث $A'B'C'$ نظير المثلّث ABC بالنّسبة إلى النّقطة N. ننشئ نظائر رؤوسه بالنّسبة إلى النّقطة N.

يمكن تطبيق أحد المثلّثين على الآخر.نستنتج أنّ المثلثين ABC و $A'B'C'$ متقايسان



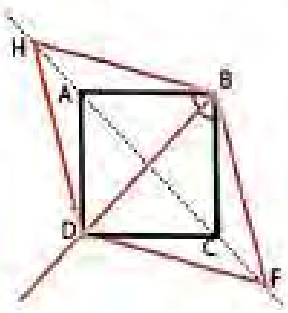
2. لإنشاء المثلّث $F'G'H'$ نظير المثلّث FGH بالنّسبة إلى النّقطة (D). ننشئ نظائر رؤوسه بالنسبة إلى(D). يمكن تطبيق أحد المثلّثين على الآخر.

نستنتج أنّ المثلثين FGH و $F'G'H'$ متقايسان.

3. يمكن تقسيم مربّع بطريقتين إلى مثلّثين متقايسين.(انظر الارشادات)

4. نظائر المثلّث ABC بالنّسبة إلى حوامل أضلاعه هي مثلّثات متقايسة الأضلاع وتقايس المثلّث ABC.

لدينا $\widehat{B'CA}+\widehat{ACB}+\widehat{BCA'}=60°+60°+60°=180°$ ومنه النقط B'، A، C' على استقامة واحدة، وكذالك بالنّسبة لـ A'،B،C' و A'، C، B. ومنه المثلّث $A'B'C'$ متقايس الأضلاع. وهو مكوّن من أربعة مثلّثات متقايسة.



5. 1.نظيرة الزّاوية ABD بالنّسبة إلى $[BD]$ هي الزّاوية ABD، ومنه فهي تقايسها، وبالتالي $[BD]$ هو منصّف للزّاوية ABC.

3.بما أنّ $HB = HD$ و $FB = FD$. فإنّ النّقطتين H و F تنتمي إلى محور $[BD]$.

4. بما أنّ $BH=BF$ و$DH=DF$. فإنّ النّقطتين B و D تنتمي إلى محور $[HF]$.

والرّباعيّ $FBHD$ معيّن لأنّ قطريه متعامدان ومتناصفان.

5.النّقط H وF وA و C على استقامة واحدة لأنّها تنتمي إلى المستقيم نفسه هو محور $[BD]$.

6. 2. لمعرفة نوع المثلّث MGL نعيّن أقياس زواياه.

إنّ كلاً من المثلّثين AMD و ALB متقايس الأضلاع ، ومنه قيس زوايا كلّ منهما $60°$، ومنه $\widehat{MAG}=60°$ ، وبما أنّ $MA=AG$، فإنّ $\widehat{AMG}=\widehat{AGM}=60°$.

ومنه فالمثلّث AMG متقايس الأضلاع، فيه $MG = GA$.

ومنه $MG = GL$ والمثلث MGL متساوي السّاقين.

3. لدينا $\widehat{MGL}=120°$ ومنه $\widehat{GML}=\widehat{MLG}=30°$.

ومنه $\widehat{AML}=90°$ ، والمستقيمان (AM) و (LM) متعامدان.

4. لدينا $\widehat{MDA}=\widehat{LAB}$ وهما متماثلتان، ومنه $(LA)\,//\,(SD)$ ...(1)

و$\widehat{MAG}=\widehat{BLA}$ وهما متبادلتان، ومنه $(SB)\,//\,(MA)$ ...(2)

من (1) و(2) فإنّ $SMAL$ متوازي أضلاع.

5. أ) لتكن I منتصف $[LB]$ و H منتصف $[AB]$، لاحظ أنّ المثلث LAB مكوّن من أربعة مثلثات متقايسة وكل منها يقايس المثلث MDA.

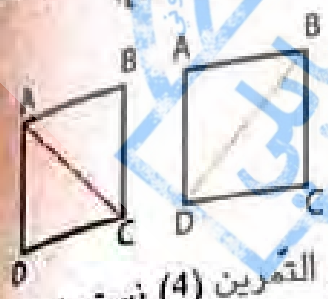
ومنه مساحة المثلّث MDA تساوي ربع مساحة المثلّث LAB.

ب) لتكن K منتصف $[MS]$ لاحظ أنّ الرّباعي $SMAL$ مكوّن من أربعة مثلثات متقايسة وكلّ منها يقايس المثلّث MDA.

ومنه مساحة المثلّث LAB تساوي مساحة الرّباعيّ $SMAL$.

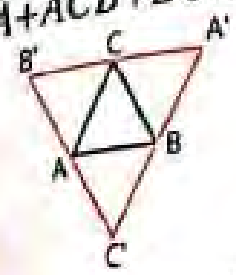
ارشادات وتوجيهات

- النّقطة F' نظيرة النّقطة F بالنّسبة إلى (D) يعني أنّ (D) محورا للقطعة $[FF']$.



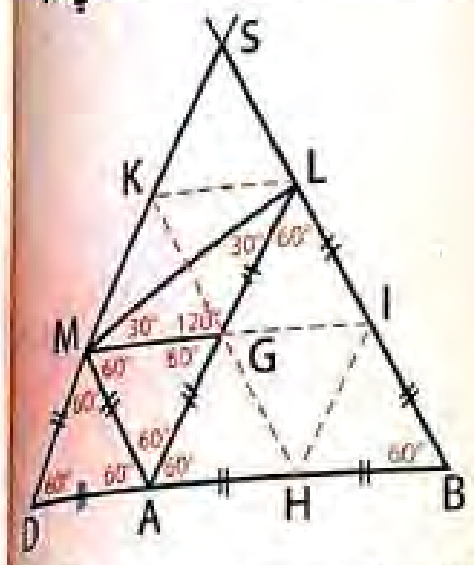
- في التّمرين (4) نستعمل اقياس زوايا الشكل في الإثبات مثل:

$\widehat{B'CA}+\widehat{ACB}+\widehat{BCA}=180°$



- قطرا المربع هما محورا تناظر.

- بالنّسبة إلى $[BD]$ نظيرة النقطة B هي نفسها، ونظيرة النقطة A هي C.



$\widehat{MAG}=180°-(60°+60°)=60°$

$\widehat{AMG}=\widehat{AGM}=\frac{1}{2}(180°-60°)=60°$

- $\widehat{MGL}=180°-60°=120°$

- $\widehat{GML}=\widehat{MLG}=\frac{1}{2}(180°-120°)=30°$

- $\widehat{AML}=60°+30°=90°$

- يمكن إثبات أنّ $SMAL$ متوازي أضلاع بحساب زواياه، والتّحقق من أنّ كلّ زاويتين متقابلتين فيه متقايستان.

الكفاءات المستهدفة

• التعرف على محاور أضلاع مثلث.

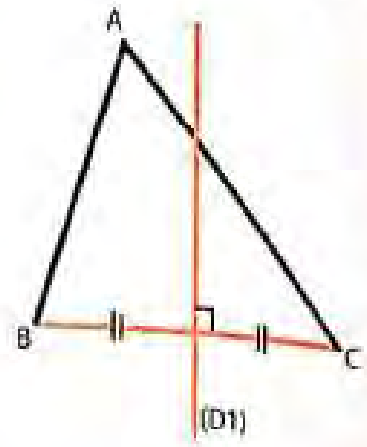
مكتسبات

- التعرف على محور قطعة مستقيم وإنشاؤه.
- رسم دائرة، والاستعمال السليم للمصطلحات: دائرة، مركز، قوس دائرة، وتر، نصف قطر، قطر.

ما يلزمك معرفته

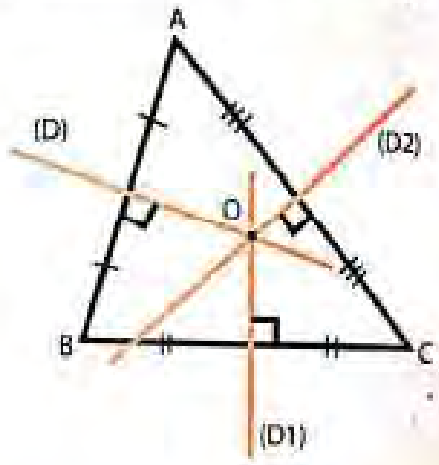
① محاور أضلاع مثلث

• محور ضلع في مثلث هو محور قطعة المستقيم التي تكوّن هذا الضلع.



(D_1) محور الضلع $[BC]$.

• محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة. (انظر التمرين 1)

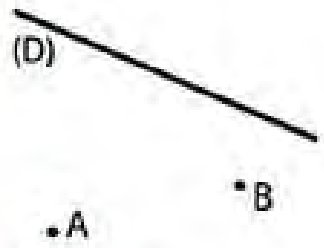


• المستقيمات (D) و (D_1) و (D_2) متقاطعة في نقطة واحدة O.

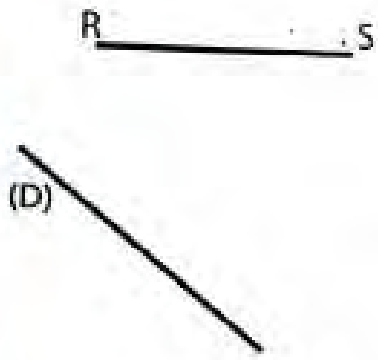
تمارين

1. ارسم مثلثًا كيفيا SRT، وأنشئ بدقة (D) و (D') محوري الضلعين $[RT]$ و $[ST]$ على الترتيب، سمّ O نقطة تقاطع (D) و (D').
   1. بيّن لماذا $OR = OT$ و $OS = OR$ ؟
   2. استنتج أنّ النقطة O تنتمي إلى (D'') محور $[SR]$ وأنشئ (D'') بدقة.

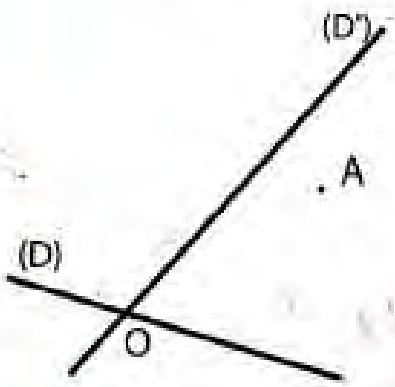
2. ارسم ثلاثة مثلثات: ABC منفرج الزاوية في A، و FLG قائم في L و MST زواياه حادة. وأنشئ محاور أضلاع كلّ منها.
   ماذا تلاحظ بالنسبة إلى نقطة تقاطع المحاور في كلّ حالة ؟



3. انقل الشكل المقابل على كراسك، ثمّ أنشئ المثلث ABC بحيث (D) محور الضلع $[BC]$.

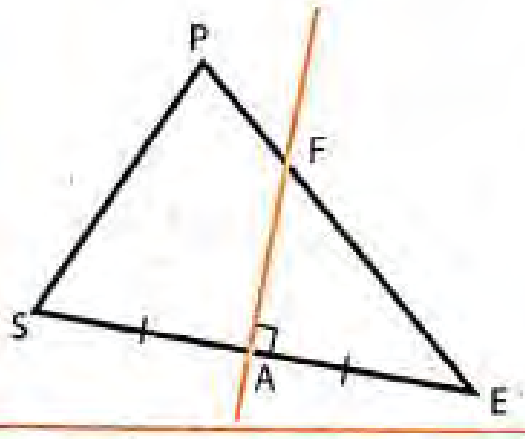


4. نريد إنشاء مثلث متساوي الساقين RTS رأسه الأساسيّ T ، حيث النقطة T تنتمي إلى (D)
   1. انقل الشكل المقابل على كراسك.
   2. اشرح طريقة الحصول على النقطة T.
   3. أنشئ المثلث RTS.



5. ارسم مستقيمين (D) و (D') متقاطعين في النقطة O وعلّم النقطة A كما في الشكل.
   1. أنشئ المثلث ABC بحيث (D) محور الضلع $[AB]$، (D') محور الضلع $[AC]$.
   2. بيّن أن النقطة O تنتمي إلى محور $[CB]$.

6. ارسم مثلثًا متساوي الساقين MST رأسه الأساسي M . أنشئ (ME) منصف الزاوية $\widehat{TMS}$.
   • بيّن أنّ (ME) محور الضلع $[ST]$.



7. ارسم مثلثًا PES حيث محور ضلعه $[ES]$ يقطع $[EP]$ في نقطة F تختلف عن P كما في الشكل.
   1. ما نوع المثلث ESF؟
   2. بيّن أنّ: $PE > PS$.

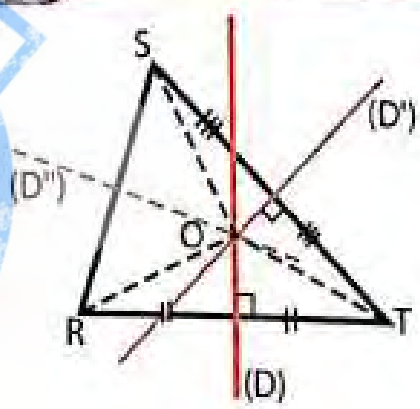
أصحيح أم خطأ ؟ نقطة تقاطع محاور أضلاع أيّ مثلث تقع داخله.

حلول التمارين

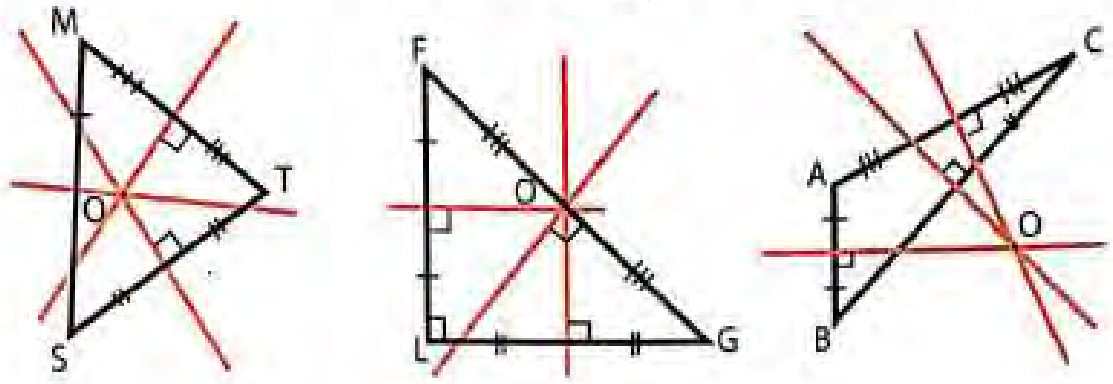
1. 1. لدينا $OR=OT$ لأنّ النّقطة O تنتمي إلى محور $[RT]$

و $OS=OT$ لأنّ النّقطة O تنتمي إلى محور $[ST]$

ومنه $OS=OR$.



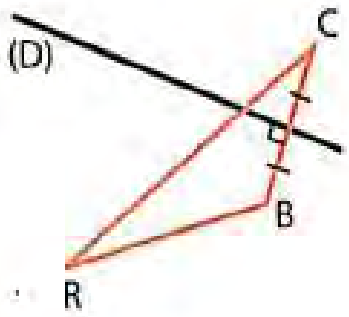
2. نستنتج من $OS=OR$ أنّ النّقطة O تنتمي إلى محور $[SR]$.



نلاحظ أنّ نقطة تقاطع المحاور: تقع خارج المثلّث الّذي له زاوية منفرجة.

وتقع على وتر المثلّث الّذي له زاوية قائمة.

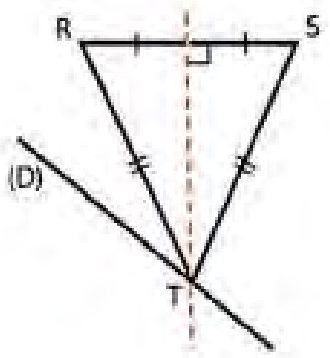
وتقع داخل المثلّث الّذي زواياه حادّة.



3. نعلّم النّقطة C نظيرة B بالنّسبة إلى (D) .

4. إنّ النّقطة T تنتمي إلى محور $[RS]$ لأنّ $TR=TS$.

نرسم محور $[RS]$ فيقطع (D) في النقطة T.



5. إنّ النّقطة O تنتمي إلى محور $[CB]$.

لأنّها متساوية المسافة عن طرفيها.

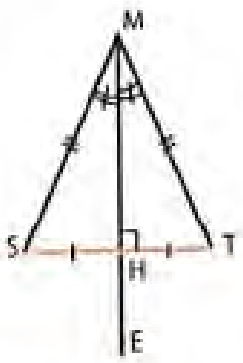
لدينا: $OC = OA$ و $OB = OA$ ومنه $OC = OB$

6. يكفي أن نبيّن أنّ النقطتين S و T متناظرتان بالنّسبة إلى (ME).

وهما كذلك لأنّ: (ME) محور تناظر الزّاوية $\widehat{TMS}$ و $MS = MT$.

ومنه $[MS]$ و $[MT]$ متناظران بالنّسبة إلى (ME).

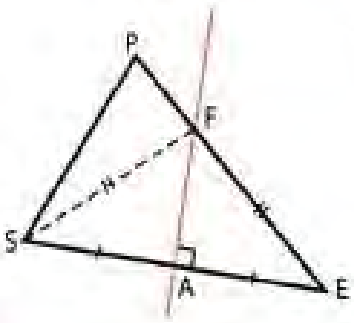
ومنه S و T متناظران بالنّسبة إلى (ME).



7. 1. المثلّث ESF متساوي السّاقين، فيه $FS = FE$.

2. بما أنّ: $F \in [PE]$، فإنّ $PE > FE$.

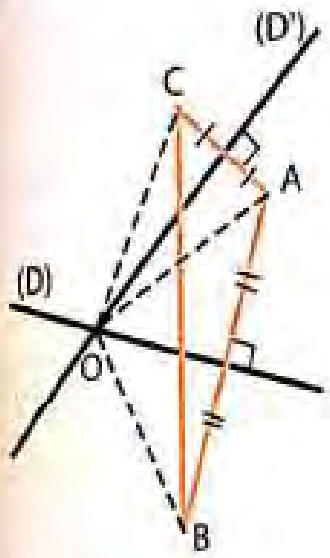
ومنه $PE > PS$.



إرشادات وتوجيهات

- إذا كانت النقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيم فهي متساوية المسافة عن طرفيها.
- إذا كانت النقطة متساوية المسافة عن طرفي قطعة مستقيم فهي تنتمي إلى محورها.
- في A، و FLG قائم في L و IST زواياه حادّة

الرّسم الخاصّ بالتّمرين (5)



- نظير قطعة مستقيم بالنّسبة إلى مستقيم هي قطعة مستقيم تقايسها.

الإجابة خطأ. ارسم محاور أضلاع مثلث منفرج الزاوية، ولاحظ أين تقع نقطة تقاطعها.

الكفاءات المستهدفة

• إنشاء الدائرة المحيطة بمثلث.

مكتسبات

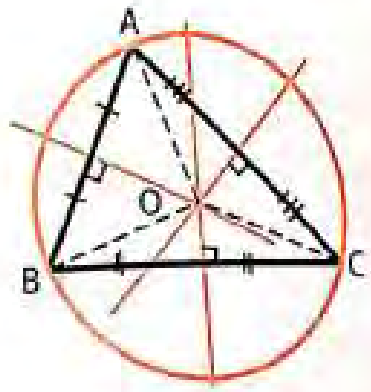
- التعرف على محور قطعة مستقيم وإنشاؤه.
- رسم دائرة، والاستعمال السليم للمصطلحات : دائرة، مركز، قوس دائرة، وتر، نصف قطر، قطر.

ما يلزمك معرفته

① الدائرة المحيطة بمثلث

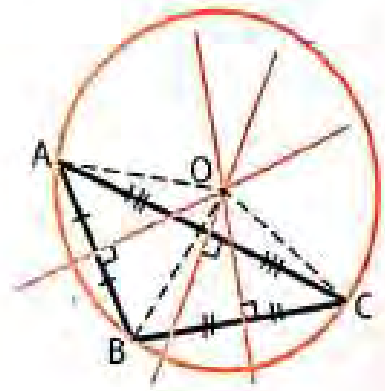
• نقطة تقاطع محاور أضلاع مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.

ABC مثلث حادّ الزوايا.



$OA = OB = OC$

ABC مثلث فيه زاوية منفرجة.



$OA = OB = OC$

تمارين

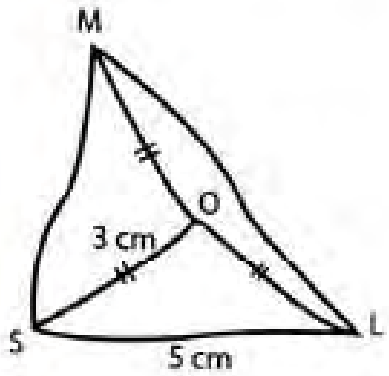
1. ارسم قطعة مستقيم $[AB]$.

1. أنشئ دائرة تشمل النقطتين A و B. انشئ دائرة ثانية تشمل النقطتين A و B ؟ وثالثة و ... وهل تستطيع رسم كلّ الدوائر التي تشمل النقطتين A و B ؟
2. ماذا يمثل المستقيم الذي يشمل مراكز الدوائر التي رسمتها بالنسبة إلى $[AB]$ ؟

2. ارسم زاوية غير مستقيمة $\widehat{XOY}$، وعلّم نقطة M لا تنتمي إلى حاملي ضلعيها. أنشئ النقطتين A و B نظيرتي النقطة M بالنسبة إلى $[OX)$ و $[OY)$ على الترتيب.

1. بيّن أنّ النقط A و B و M تنتمي إلى دائرة واحدة. وارسمها.
2. بيّن لماذا النقطة O تنتمي إلى محور $[AB]$ ؟

3. وجد مصطفى الشكل المقابل المرسوم باليد الحرّة ، وعليه البيانات $SL = 5\ cm$ و $OS=OL=OM=3cm$ أراد أن ينشئ مثيلا للمثلث MSL باستعمال الأدوات الهندسية.



1. اشرح كيف سيعمل مصطفى.
2. أنشئ شكلاً مناسبا بدقة ؟
3. هل يوجد أكثر من مثلث بحيث طول أحد أضلاعه $5cm$ ونصف قطر الدائرة المحيطة به $3cm$ ؟

4. هل يمكن إنشاء مثلث طول أحد أضلاعه $5cm$ و نصف قطر الدائرة المحيطة به $2cm$ ؟

5. بالطيّ والورق الشفّاف.

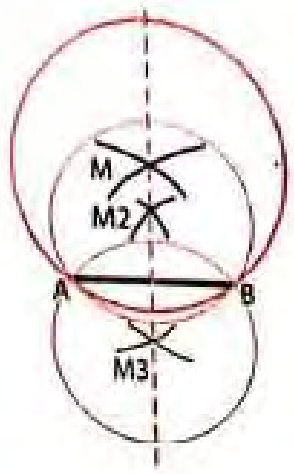
1. استعمل أيّ قرص (قطعة نقود مثلا) وارسم الدائرة التي تحدّه على ورقة شفّافة.
2. باستعمال الطيّ فقط، هل يمكنك تعيين مركز الدائرة التي رسمتها؟

6. باستعمال الأدوات الهندسية.

1. استعمل أيّ قرص (قطعة نقود مثلا) وارسم الدائرة التي تحدّه.
2. اشرح كيف يمكنك إنشاء مركز الدائرة التي رسمتها. وأنشئه.

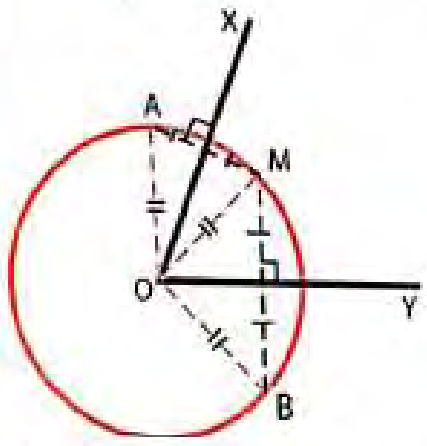
أصحيح أم خطأ ؟ كلّ ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة تعيّن دائرة واحدة.

حلول التمارين



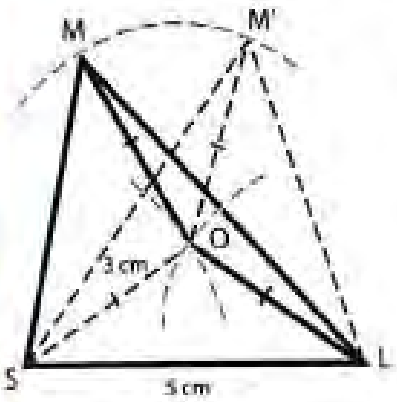
1. افتح المدور بفتحة أكبر من نصف AB أو تساويه ارسم قوس دائرة مركزها A، وقوس دائرة مركزها B، متقاطعتين في النقطة M.
الدائرة التي مركزها M ونصف قطرها MA تشمل B.
بنفس الطريقة السابقة يمكن رسم دائرة مركزها M_2 ودائرة مركزها M_3، ... وهكذا لا نستطيع رسم كل الدوائر التي تشمل النقطتين A و B

2. المستقيم الذي يشمل مراكز الدوائر التي رسمتها هو محور $[AB]$.



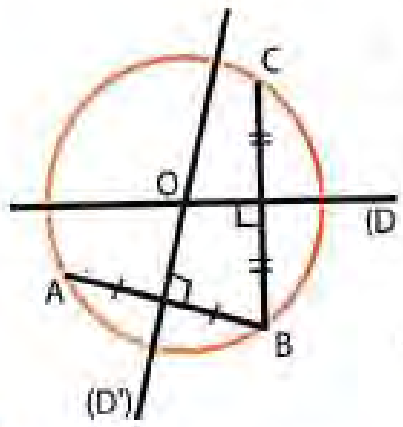
2. 1. النقطة A نظيرة النقطة M بالنسبة إلى $[OX)$.
ومنه المستقيم (OX) هو محور القطعة $[AM]$.
ومنه $OA=OM$.
وكذلك النقطتان B و M متناظرتان بالنسبة إلى (OY).
ومنه $OM=OB$.
بما أنّ $OA=OM=OB$ فإنّ النقط A و B و M تنتمي إلى الدائرة ها التي مركزها النقطة O ونصف قطرها OM.
2. بما أنّ $OA=OB$ فإنّ النقطة O تنتمي إلى محور $[AB]$.

3. 1. يرسم قطعة مستقيم $[SL]$ طولها $5cm$ ، ويفتح المدور فتحه قدرها $3cm$، يرسم قوسي دائرتين مركزاهما S و L ، تتقاطعان في النقطة O، يرسم قوس دائرة مركزها O ونصف قطرها $3cm$ ويعلّم عليها نقطة يسمّيها M.
لاحظ أنه يمكنه اختيار أكثر من موضع للنقطة M.
تنتمي النقط S و L و M إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $3cm$.



3. يوجد أكثر من مثلث طول أحد أضلاعه $5cm$ ونصف قطر الدائرة المحيطة به $3cm$، لأنه يمكنه اختيار أكثر من موضع واحد للنقطة M.

4. لا يمكن إنشاء مثلث طول أحد أضلاعه $5cm$ ونصف قطر الدائرة المحيطة به $2cm$، لأنه لا يمكن تعيين مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.



5. باستعمال الطّي فقط، يمكن تعيين مركز الدائرة، وذلك بالطّيّ أولا للحصول على نصف دائرة، وثانيا للحصول على ربع دائرة.

6. نرسم الدائرة التي تحدّ القرص، نعلّم ثلاث نقط A و B و C متمايزة منها، نرسم (D) و (D') محوري $[CB]$ و $[AB]$ على الترتيب، فيتقاطعان في النقطة O.
إنّ $OA=OB=OC$

إرشادات وتوجيهات

- في الحالة التي تأخذ فيها فتحة المدور أصغر من نصف AB لا يمكن تعيين النقطة M.
- النقط M ، M_2 ، M_3 ، ... هي نقط من محور القطعة $[AB]$.
- محور قطعة مستقيم هو مجموعة النقط متساوية المسافة عن طرفيها.
- يمكنك الاستفادة من التمرين الأول
- في (4) يمكنك الاستفادة من التمرين الثالث، وكون $2+2<5$.

- لإنشاء (D') نفتح المدور فتحة أكبر من نصف AB أو تساويه، نرسم قوسي دائرة مركزها A، وقوسي دائرة مركزها B، تتقاطعان في النقطتين M و N. إن (MN) هو (D').

الإجابة صحيح.

الكفاءات المستهدفة

• حساب مساحة مثلث.

مكتسبات

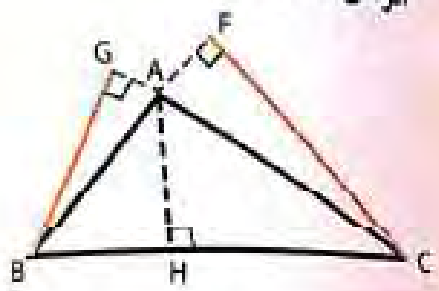
- تعيين مساحة سطح مستو باستعمال وصف بسيط.
- حساب مساحة مثلّث قائم.

ما يلزمك معرفته

مساحة مثلّث

أ) الارتفاع في مثلّث

الارتفاع المتعلق بضلع في مثلّث هو طول قطعة المستقيم التي أحد طرفيها الرأس المقابلة لهذا الضلع والطرف الآخر نقطة تقاطع حامل الضلع مع العموديّ عليه الذيّ يشمل الرأس المقابلة.



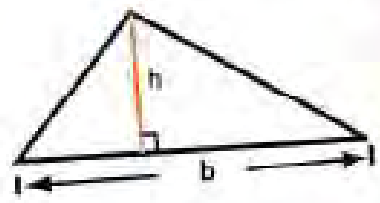
AH ارتفاع متعلق بالضلع $[BC]$

BG ارتفاع متعلق بالضلع $[AC]$

CF ارتفاع متعلق بالضلع $[AB]$

ب) مساحة مثلّث

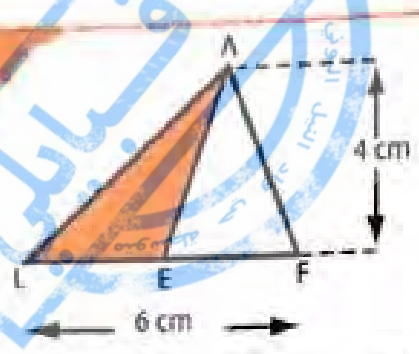
مساحة مثلّث تساوي نصف جداء طول أحد أضلاعه والارتفاع المتعلق بهذا الضلع.



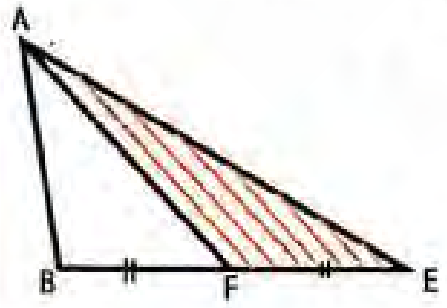
$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(h \times b)$

$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(h' \times b')$

تمارين



1. لاحظ الشكل المقابل ، واحسب مساحتي المثلثين ALE و AEF بالسنتيمتر المربع. ماذا تستنتج ؟

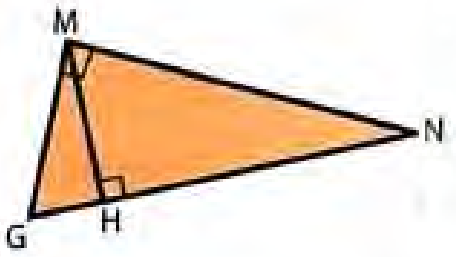


2. ارسم مثلثا ABE، وعلّم النقطة F منتصف $[BE]$.
قارن بين مساحتي المثلثين ABF و AFE.

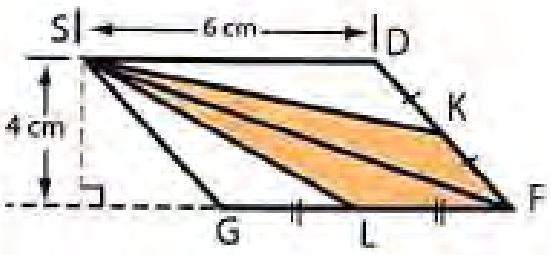
3. ارسم قطعة مستقيم $[AB]$، ومستقيما (D) يوازي تماما حامل $[AB]$.

1. ارسم المثلثات M_1AB و M_2AB و M_3AB حيث M_1 و M_2 و M_3 نقط متمايزة من (D).
2. هل يمكنك رسم كلّ المثلثات التي رؤوس كلّ واحد منها النقط A و B ونقطة من (D) ؟
3. بيّن أنّ لكلّ المثلثات المعرّفة في الجزء (1) المساحة نفسها ؟

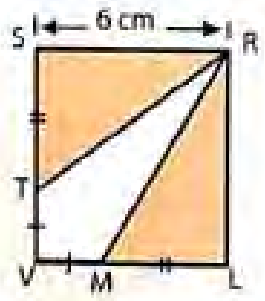
4. ارسم مثلثا متقايس الأضلاع SLK، SR الارتفاع المتعلق بالضلع $[LK]$.
• بيّن أنّ الارتفاع المتعلق بكلّ من الضلعين الآخرين $[SK]$ و $[SL]$ يساوي SR..



5. ارسم مثلثا قائما MGN، MH الارتفاع المتعلق بالضلع $[GN]$
أ) عبّر عن مساحة المثلث MGN بطريقتين متمايزتين.
ب) استنتج أنّ: $MH \times GN = MG \times MN$.



6. $DFGS$ متوازي أضلاع طول ضلعه $DS = 6cm$ والارتفاع المتعلق بهذا الضلع $4cm$، النقطتان K و L منتصفا الضلعين $[DF]$ و $[FG]$ على الترتيب.
• بيّن أنّ للمثلثات SDK و SKF و SFL و SLG المساحة نفسها، واحسبها بالسنتيمتر المربع.



7. $SVLR$ مربع طول ضلعه $6cm$، النقطة T من $[SV]$، حيث $ST = 2\ TV$، النقطة M من $[VL]$، حيث. $LM = 2\ MV$
1. احسب مساحة كلّ من RST و RML و $RTVM$. ماذا تستنتج ؟
هل يمكنك تعميم النتيجة التي توصلت إليها بالنسبة إلى أي مربع ؟

أصحيح أم خطأ ؟ المثلثات التي لها المساحة نفسها متقايسة.

حلول التمارين

1. نسمي $\mathcal{A}_1$ مساحة المثلث ALE، $\mathcal{A}_1 = \frac{1}{2}(4 \times 3) = 6\,cm^2$

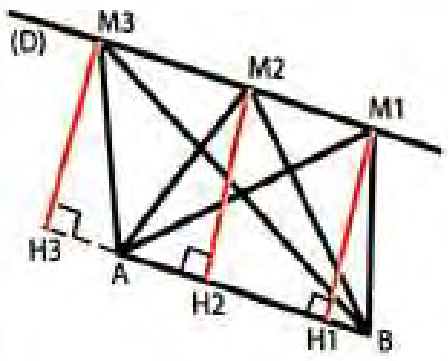
نسمي $\mathcal{A}_2$ مساحة المثلث AEF، $\mathcal{A}_2 = \frac{1}{2}(4 \times 3) = 6\,cm^2$

نستنتج أنّ للمثلثين ALE و AEF المساحة نفسها.

2. للمثلثين ABF و AFE المساحة نفسها لأنّ لهما الارتفاع نفسه وطول القاعدة المتعلقة بالارتفاع نفسه.

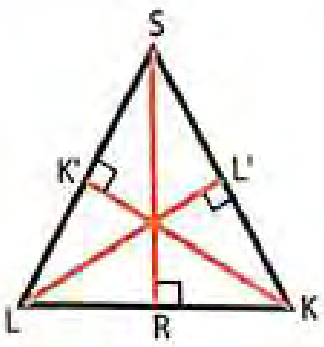
$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(h \times FE) = \frac{1}{2}(h \times FB)$

لأنّ $BF = FE$



3. 2. لا يمكن رسم كلّ المثلثات التي رؤوس كلّ واحد منها النقط A و B ونقطة من (D) لأنّ (D) مجموعة غير منتهية من النقط.

3. لكلّ المثلثات المعرّفة في الجزء (1) المساحة نفسها لأنّ لها الارتفاع نفسه (لكون (D) يوازي تماما حامل $[AB]$) وطول القاعدة المتعلّقة بالارتفاع نفسه (لكون القاعدة هي $[AB]$).



4. ليكن LL' و KK' الارتفاعان المتعلقان بالضلعين $[SK]$ و $[SL]$ على التّرتيب.

لدينا مساحة المثلث SLK تحسب من:

$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(SR \times LK) = \frac{1}{2}(LL' \times SK) = \frac{1}{2}(KK' \times SL)$

وبما أنّ $LK = SK = SL$ $\quad SR' = LL' = KK$

5. أ) مساحة المثلث MGN:

$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(MG \times MN) \quad \mathcal{A} = \frac{1}{2}(MH \times GN)$

ب) من الجزء (أ) نجد $\frac{1}{2}(MG \times MN) = \frac{1}{2}(MH \times GN)$

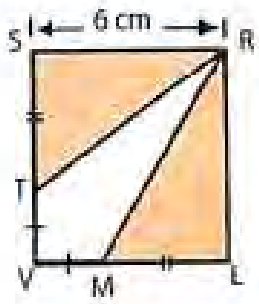
أي أنّ $MH \times GN = MG \times MN$

6. للمثلثين SGF و SDF المساحة نفسها ($[SF]$ قطر متوازي أضلاع)

وللمثلثين SGL و SLF المساحة نفسها (L منتصف $[GF]$)

وللمثلثين SFK و SFD المساحة نفسها (ل منتصف [FD])

ومنه للمثلثات SGL و SLF و SFK و SKD المساحة نفسها وتساوي ربع مساحة متوازي الأضلاع $SGFD$. أي $\mathcal{A} = \frac{1}{4}(4 \times 6) = 6\,cm^2$



7. 1. إنّ $\frac{1}{2}(4 \times 6) = 12$ ومنه مساحة المثلث RST تساوي $12\,cm^2$.

إنّ $\frac{1}{2}(4 \times 6) = 12$ ومنه مساحة المثلث RML تساوي $12\,cm^2$.

مساحة $RTVM$ تساوي ضعف مساحة RTM.

مساحة الرّباعيّ $RTVM$.

$\mathcal{A}(RTVM) = (RSVL) - (RST) - (RML)$

$= 36 - 12 - 12 = 12\,cm^2$

نستنتج أنّ لكلٍّ من RST و RML و $RTVM$ المساحة نفسها.

2 يمكن تعميم هذه النتيجة بالنّسبة إلى أي مربّع بملاحظة أنّ

$\mathcal{A}(RTV) = \frac{1}{2}\mathcal{A}\,RST$ (انظر الارشادات).

ارشادات وتوجيهات

$EF = 3cm$ و $LE = 3cm$

لاحظ أنّ للمثلثين الارتفاع نفسه

كلّ نقطة من (D) يقابلها مثلث رؤوسه تلك النّقطة والنّقطتان A و B

$LL' \times SK = KK' \times SL$

$SR \times LK =$

مساحة المثلثين SGL :

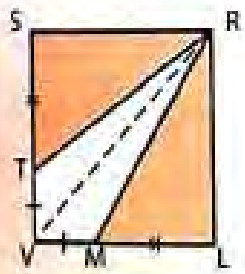
$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(4 \times 3) = 6cm^2$

$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(2 \times 6) = 6cm^2$

$ST = 2\,TV$ أي أن

$TV + TV + TV = 6$ ومنه

$TV = 2$ و $ST = 4$



الإجابة خطأ، انظر التّمرين (1) على سبيل المثال.

الكفاءات المستهدفة

• حساب مساحة قرص نصف قطره معلوم.

مكتسبات

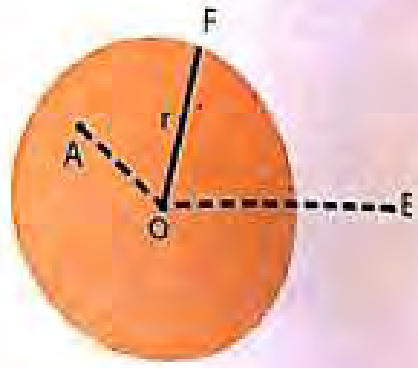
• رسم دائرة، والاستعمال السليم للمصطلحات : دائرة، مركز، قوس دائرة، وتر، نصف قطر، قطر.

ما يلزمك معرفته

① مساحة قرص

أ) القرص

القرص ذو المركز O ونصف القطر r هو مجموعة نقط المستوي التي مسافتها عن النقطة O أصغر من r أو تساويه.



• النقطتان F و A تنتميان إلى القرص الذي مركزه O و نصف قطره r.

• النقطة E لا تنتمي إلى القرص الذي مركزه O و نصف قطره r.

ب) مساحة قرص

مساحة قرص نصف قطره r تساوي جداء العدد π و $r \times r$.

نرمز إلى المساحة بالرمز A.

ونكتب: $\mathcal{A} = \pi \times r \times r$

العدد π

$\pi = 3,14159265358979...$

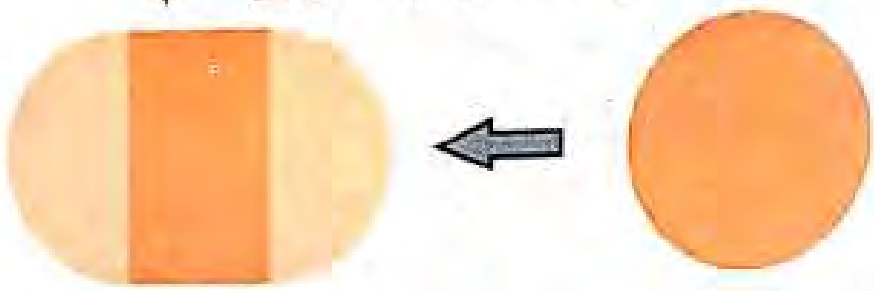
تمارين

1. باعتبار $\pi = 3,14$ اكمل الجدول الآتي:

نصف قطر قرص	محيط هذا القرص	مساحة هذا القرص
$2\ cm$	$...\ cm$	$...\ cm^2$
$5\ cm$	$...\ cm$	$...cm^2$
$...\ cm$	$62,8\ cm$	$...\ cm^2$

2. طاولة دائريّة الشكل نصف قطرها $55cm$، نريد أن نضيف إليها جزء مستطيل الشكل لأجل مضاعفة مساحتها مرّتين.

• احسب عرض الجزء المضاف (أعط النتيجة بالتّدوير إلى 10^{-2}).

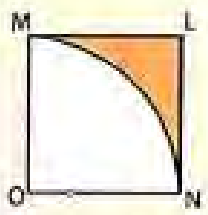


3. قرص محيطه $40cm$.

1. عبّر عن نصف قطره r بدلالة π .
2. احسب r (أعط النتيجة بالتّدوير إلى 10^{-2}).
3. أعط تدويرا إلى الوحدة لقيمة r .
4. احسب مساحة هذا القرص بالتّقريب إلى 10^{-2} بالنّقصان مرّة باستعمال قيمة r في (2) ، وأخرى باستعمال قيمة r في (3) ، وقارن النّتيجتين.

4. $AFRO$ مربّع طول ضلعه $4cm$.

1. أنجز مثيلا لكلّ من الشكلين المقابلين.
2. احسب مساحة الحيّز الملوّن في كلّ شكل بالسّنتيمتر المربّع (أعط النّتيجة بالتّدوير إلى 10^{-2}).



5. $LMON$ مربّع طول ضلعه $5cm$، MN قوس من دائرة مركزها O ونصف قطرها $5cm$.

احسب مساحة الحيّز الملوّن (أعط النّتيجة بالتّدوير إلى 10^{-2}).

6. قالت ليلى لسمير: "ساعدني لرسم دائرة محيطها يساوي مساحة القرص الّذي تحدّه".

أجاب سمير: "لا توجد دائرة محيطها يساوي مساحة القرص الّذي تحدّه، فإن قصدت التّساوي في القيمة العدديّة بدون وحدة يكفي أن تفتحي المدور بفتحة قدرها $2cm$".

ما رأيك فيما اقترحه سمير ؟ تحقّق من ذلك.

أصحيح أم خطأ ؟ القرص الّذي نصف قطره $10m$ مساحته تساوي $1\,000\,000\,\pi\ cm^2$.

حلول التمارين

1.

نصف قطر قرص	محيط هذا القرص	مساحة هذا القرص
2 cm	12,56 cm	12,56 cm²
5 cm	31,4 cm	78,5 cm²
10 cm	62,8 cm	314 cm²

2. مساحة الطاولة قبل الإضافة $55 \times 55 \times 3,14 = 9498,5 cm^2$

مساحة الجزء المضاف تساوي $9498,5 cm^2$

عرض الجزء المضاف هو $9498,5 : 110 = 86,35 cm$

3. 1.نصف قطر القرص r بدلالة π هو حلّ المعادلة $2\pi r = 40$

حيث r هو المجهول

$2\pi r = 40$ يعني أنّ $r = \frac{20}{\pi}$

$r = 20/\pi$ ومنه $r = 6,37$

3. $r = 6$

مساحة هذا القرص باستعمال $r = 6,37$ هي $A_1 = 127,41\ cm^2$

وباستعمال $r = 6$ هي $A_2 = 113,04\ cm^2$

المقارنة: $A_2 < A_1$

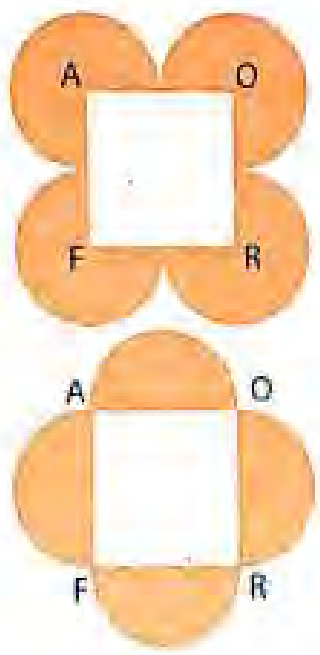
4. مساحة الحيّز الملوّن في الشكل الأوّل تساوي مساحة ثلاثة أقراص كلّ منها نصف قطره $2cm$. مساحة الحيّز الملوّن في الشكل الأوّل تساوي:

$3 \times (2 \times 2 \times 3,14) = 37,68\ cm^2$

مساحة الحيّز الملوّن في الشكل الثاني تساوي مساحة قرصين كلّ منها نصف قطره $2cm$

مساحة الحيّز الملوّن في الشكل الثاني

$2 \times (2 \times 2 \times 3,15) = 25,12\ cm^2$



5. حسب مساحة الحيّز الملوّن هي الفرق بين مساحة المربّع $LMON$ ومساحة ربع الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $5cm$.

$5 \times 5 - \frac{1}{4}(5 \times 5 \times 3,14) = 5,38 cm^2$

6. ما اقترحه سمير صحيح لأنّ محيط الدائرة التي نصف قطرها $2cm$ يساوي $2 \times 2 \times \pi\ cm$.

مساحة القرص الذي نصف قطره $2cm$ تساوي $2 \times 2 \times \pi\ cm^2$.

ارشادات وتوجيهات

- نعتبر أنّ $\pi = 3,14$
- $A = \pi \times r \times r$
- عرض مستطيل هو حاصل قسمة مساحته على طوله.
- مساحة القرص الذي نصف قطره r هي A حيث $A = \pi \times r \times r$
- $127,01\ cm^2 > 113,04\ cm^2$
- في الشكل الأوّل الأقراص متماسّة ونصف قطر كلّ منها هو $2cm$.
- في الشكل الثاني نصف قطر كل قرص هو $4cm$.
- مساحة المربع هي جداء الضلع بنفسه.
- مساحة ربع الدائرة التي نصف قطرها r هي حاصل قسمة $\pi \times r \times r$ على 4

متوسطة حي واد النيل

الإجابة صحيح.

الموشور القائم، أسطوانة الدّوران (1)

الكفاءات المستهدفة

- وصف موشور قائم.
- تمثيل تصميم لموشور قائم أبعاده معلومة.صنع موشور قائم أبعاده معلومة.

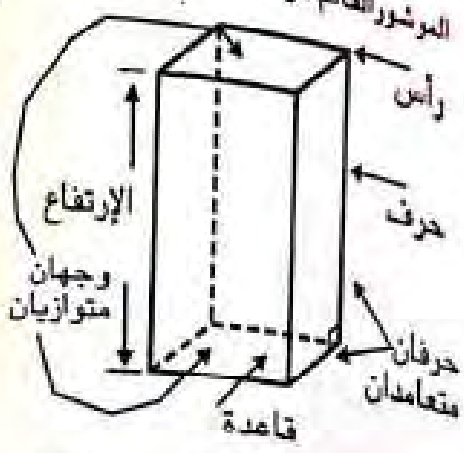
مكتسبات

- وصف وتمثيل تصميم و صنع متوازي المستطيلات بأبعاد معطاة.
- التمثيل بالمنظور المتساوي القياس.

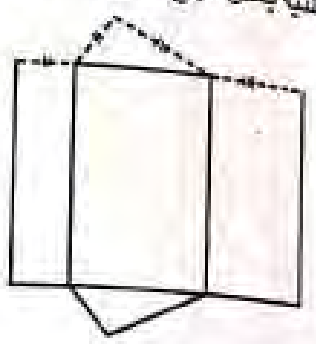
ما يلزمك معرفته

① الموشور القائم هو مجسّم له وجهان على شكل مثلث أومتوازي أضلاع يسمى كلّ منهما القاعدة، ووجوه أخرى مستطيلة تسمى أوجه جانبيّة.

الموشور القائم ذو القاعدة الرّباعيّة.



② لتصميم موشور قائم ذو قاعدة مثلثيه يمكن اتّباع الطّريقة الآتية:



- نختار مقياسا للرسم.
- نرسم مستطيلا يمثل السّطح الجانبي.
- نرسم الوجوه الثلاثة (مستطيلات) وفق أبعاد القاعدة.
- ننشئ القاعدتين المثلّثتين وفق الأبعاد.

③ لتمثيل موشور قائم بالمنظور المتساوي القياس يمكن اتّباع الطّريقة الآتية:

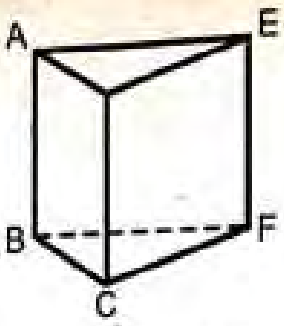
نرسم الأحرف التي لاتشارك في تشكيل الوجهين الخلفيّ والأماميّ بقطع تكوّن زاوية قيسها $60°$ مع الخطوط الأفقيّة وطولها يساوي نصف طولها الحقيقيّ.

تمارين

1. أكمل الجدول الآتي بعدد مناسب.

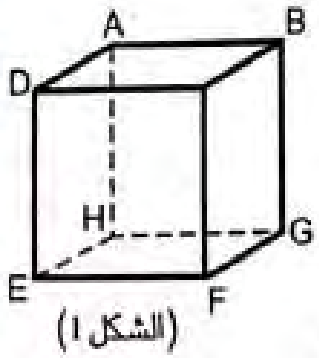
الموشورالقائم ذو	عدد الأحرف	عدد الرّؤوس	عدد الأوجه	عدد الأوجه الجانبية
القاعدة المثلّثية	...	...	...	...
القاعدة الرّباعيّة	...	...	...	...

2. أ) $ABCDEF$ موشور قائم عين:



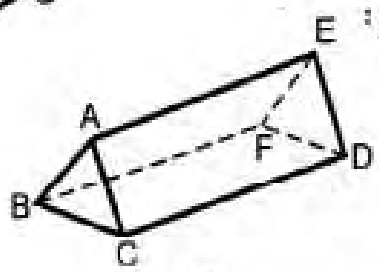
- الرّؤوس.
- الأحرف.
- القاعدتين.
- الأوجه الجانبيّة.

ب) الأسئلة نفسها من أجل الموشورالقائم $ABCDEFGH$.

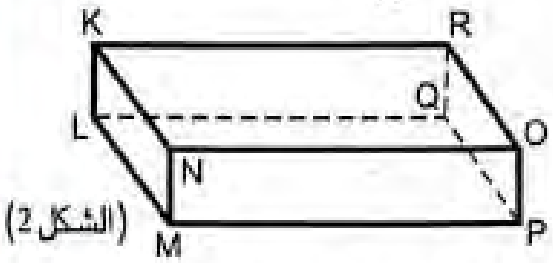


(الشكل 1)

3. لاحظ كل شكل من الشكلين (1)،(2) واستنتج :

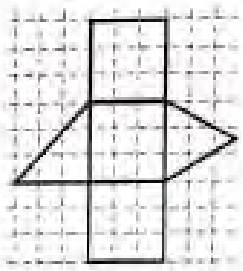


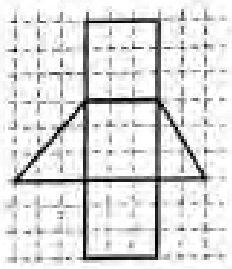
1) نوع الموشور القائم.
2) الحرفين (أو الأحرف) المتقايسين.
3) المستقيمين (أوالمستقيمات) المتوازيين.
4) المستقيمين (أوالمستقيمات) المتعامدين.
5) الوجهين (أوالأوجه) المتوازيين.
6) الوجهين (أو الأوجه) المتعامدين.

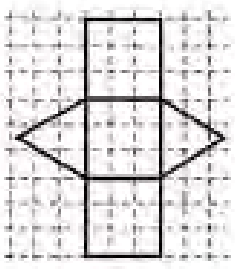


(الشكل 2)

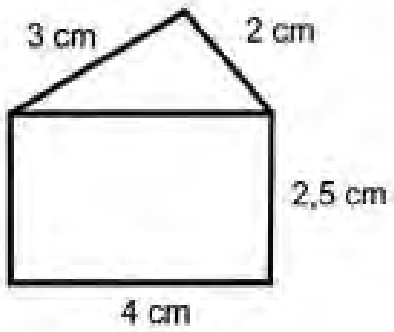
4. أ) أي من التصميمات(منجزة على ورق مرصوف) الآتية هو تصميم لموشور قائم.


(الشكل 1)


(الشكل 2)


(الشكل 3)

5. الشكل الأتي هو بداية تصميم موشور قائم قاعدته مثلثية، انقله على كراسك، وأكمل التّصميم.



6. نريد صنع علبة من ورق مقوىً شكلها موشور قائم ارتفاعه $50cm$ وقاعدته مثلّث قائم طولا ضلعيه القائمين $30cm$، $40cm$.

1) أنشئ تصميما لهذه العلبة بمقياس $\frac{1}{10}$.
2) اصنع مثيلا للعلبة.

أصحيح أم خطأ ؟ 1) عدد الأوجه الجانبيّة لموشور قائم يساوي عدد أضلاع القاعدة.
2) الموشور القائم ذو القاعدة الخماسية له خمسة أوجه.

حلول التمارين

1.

الموشور القائم ذو	عدد الأحرف	عدد الرؤوس	عدد الأوجه	عدد الأوجه الجانبية
القاعدة المثلثية	9	6	5	3
القاعدة الرباعية	12	8	6	4

2. الرؤوس هي: A، B، C، D، E، F.

الأحرف: $[EF]$، $[DF]$، $[DE]$، $[DF]$، $[BC]$، $[BE]$، $[AD]$، $[AC]$، $[AB]$.

القاعدتان هما: ABC، DEF

الأوجه الجانبية هي: $ADEB$، $ADFC$، $DFEB$.

ب) الإجابة بالطريقة السابقة نفسها.

3. من الشكل (1) نستنتج:

1) $ABCDFE$ موشور قائم ذو قاعدة مثلثية.

2) الحرفان (أو الأحرف) المتقايسان: $[BF]$ و $[CD]$ ، $[CA]$ و $[ED]$.
$[EF]$ و $[AB]$ ، $[BC]$ و $[FD]$.

3) المستقيمان (أوالمستقيمات) المتوازيان هي: (AE)و(BF) و (CD) ، (AC) و (ED) ، (AB) و (EF) ، (BC) و (FD).

4) المستقيمان (أوالمستقيمات) المتعامدان:(انظن الإرشادات)

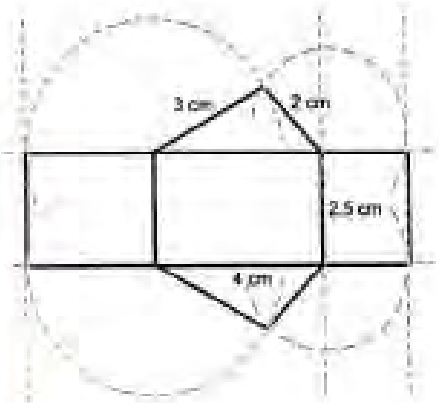
5) الوجهان(أوالأوجه) المتوازيان: ABC وEFD

6) الوجهان (أوالأوجه)المتعامدان: ABC عمودي على$ACDE$ و$AEFB$ و $BCDF$.
EFD عمودي على$ACDE$ و$AEFB$ و $BCDF$.

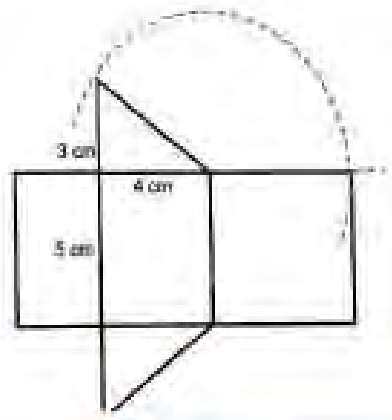
من الشكل (2) نستنتج: $KLMNOPQR$ موشورا قائما قاعدته متوازي أضلاع.

يمكن الإجابة على باقي الأسئلة بنفس الطّريقة السّابقة

4. أ) التصميم(3) هو تصميم لموشور قائم.



5. نستعمل أقواس دوائر، ومستقيمات متوازية كما هو موضح في الشكل المقابل.



6. لدينا: $50 \times \frac{1}{10} = 5$ ، $40 \times \frac{1}{10} = 4$ ،

$30 \times \frac{1}{10} = 3$

إرشادات وتوجيهات

- ستعين برسم موشور قائم ذي قاعدة مثلثية.
- استعين برسم موشور قائم ذي قاعدة رباعية.
- في المستوي إذا كان المستقيم (AB) عمودياً على المستقيم (FD) وكان المستقيم (FD) يوازي المستقيم (EC) فإن المستقيم (AB) عموديٌ على المستقيم (EC).

جواب (4) من التّمرين 3.

(AE) عموديٌ على (AC) و (AB) وكذالك على (EF) و (ED) (CD) عموديٌ على (CA) و (CB) وكذالك على (DE) و (DF) (BF) عموديٌ على (BA) و (CB) وكذالك على (DF) و (FE).

- في الفضاء إذا كان الوجه (ABC) عمودياً على الوجه (FDE) وكان الوجه (FDE) يوازي الوجه (KLM) فانّ الوجه (ABC) عموديٌ على الوجه (KLM).

- لاحظ أن كلاً من المثلثين في كلّ من الشكل (1) و الشكل (2) التّصميمين ليس لهما الأبعاد نفسها.
- يمكن الاعتماد على التّناظر بالنّسبة إلى مستقيم.

1) صحيح. 2) خطأ، له سبعة أوجه.

الموشور القائم، أسطوانة الدوران (2)

الكفاءات المستهدفة

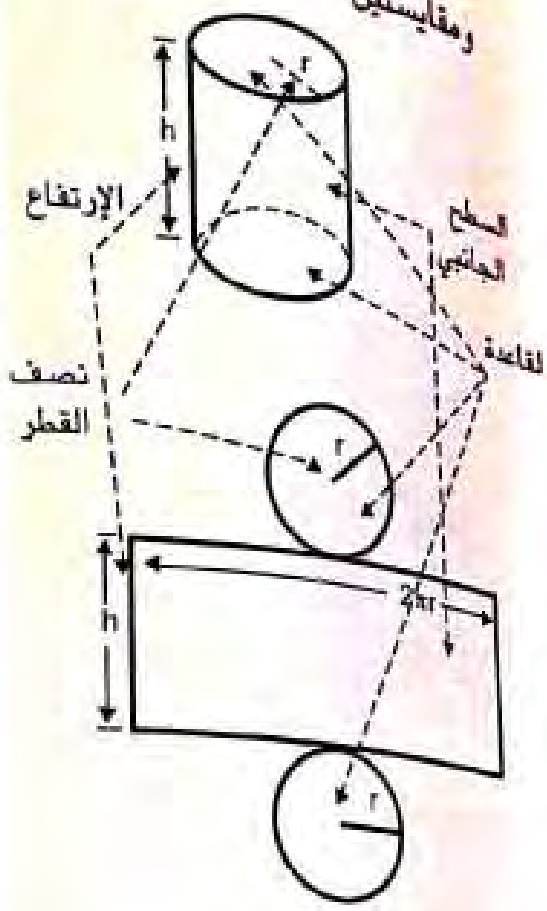
- وصف أسطوانة دوران.
- تمثيل تصميم أسطوانة دوران أبعادها معلومة وصنع أسطوانة الدوران أبعادها معلومة.

مكتسبات

- وصف وتمثيل تصميم لموشور قائم أبعاده معلومة.
- الدائرة والقرص.

ما يلزمك معرفته

1. اسطوانة الدوران هو مجسم محدود بسطح منحن مغلق قائم على قاعدتين دائريتين متوازيتين ومقايستين



- لتصميم اسطوانة الدّوران يمكن إتّباع الطّريقة الآتية:
- نختار مقياسا للرّسم.
- نرسم مستطيلا بعداه محيط القاعدة والارتفاع.
- نرسم على حافتي المستطيل قرصي القاعدتين.

تمارين

1. ضع الكلمات الآتية في المكان المناسب: قرص، الارتفاع، عرض، الدائرة.

قاعدتا اسطوانة الدّوران على شكل ... .

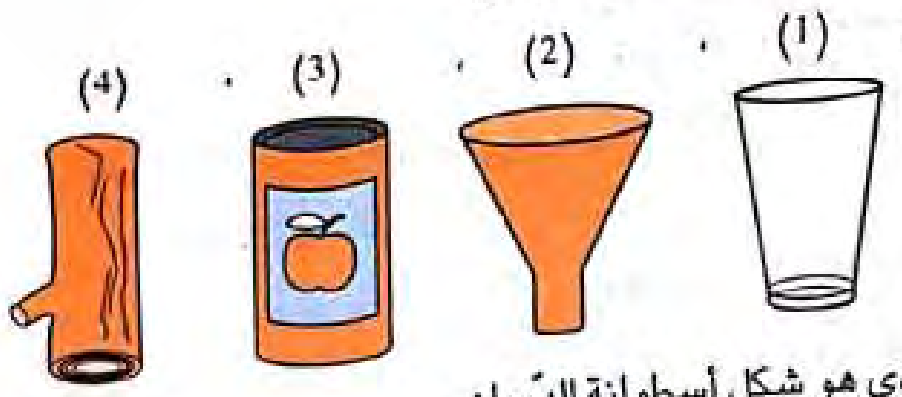
طول السّطح الجانبي يساوي محيط ... .

البعد بين مركزي القاعدتين يسمى ... .

... السّطح الجانبيّ يساوي الارتفاع.

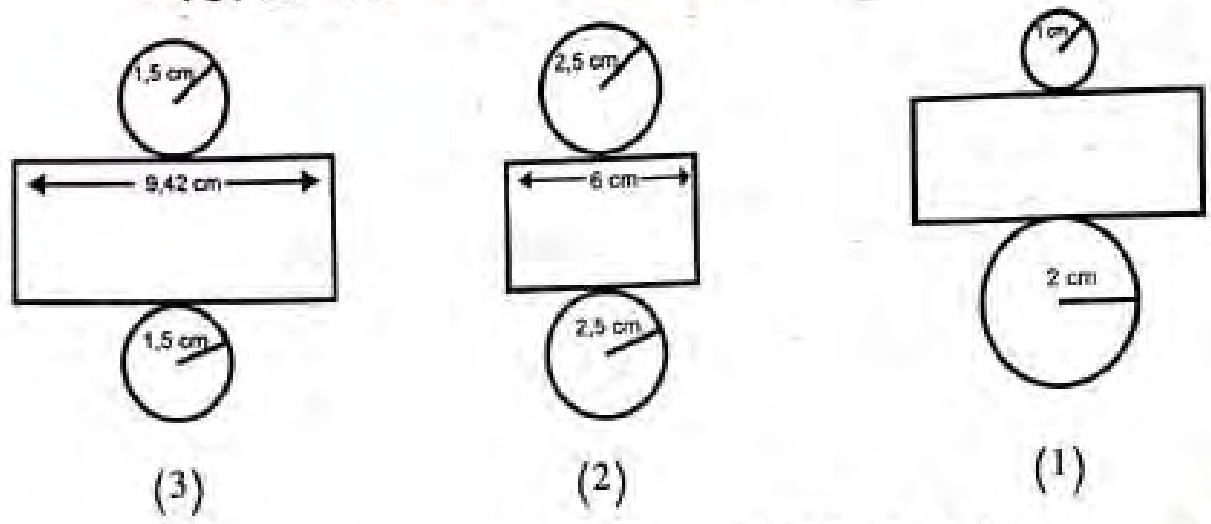
2. إليك الأشكال (1)، (2)، (3)، (4)

ارسم هنا:

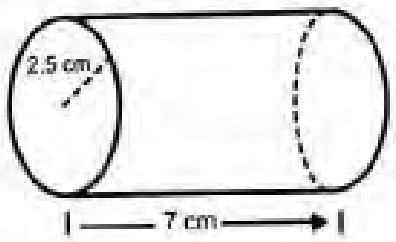


عيّن الشكل الّذي هو شكل أسطوانة الدّوران

3. أيّ من التصميمات الآتية يعتبر تصميما لاسطوانة الدّوران؟ برّر جوابك.



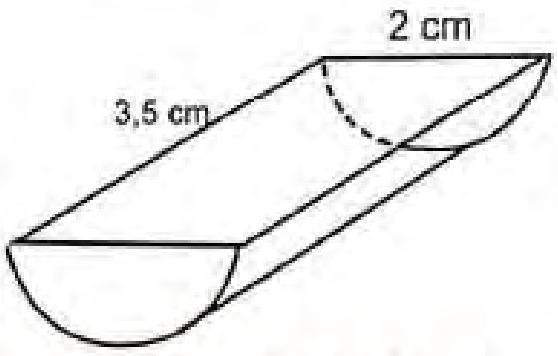
4. ارسم تصميما لاسطوانة الدّوران المبيّنة في الشكل.



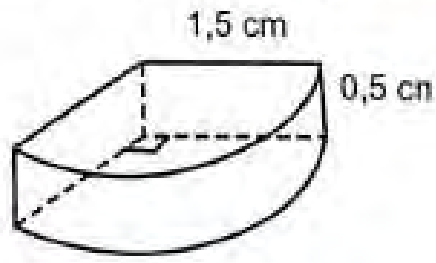
5. مثّل بالمنظور المتساوي القياس أسطوانة الدّوران نصف قطرها $3cm$ وارتفاعها $4cm$.

ما هما بعدا سطحها الجانبي؟ (أعط النتائج بتقريب 0,01).

6. ارسم تصميما لكل من المجسّمين الآتيين:



نصف أسطوانة دوران



ربع أسطوانة دوران

صحيح أم خطأ؟ سطح أسطوانة الدّوران غير متناظر بالنّسبة إلى المستقيم الواصل بين مركزي القاعدتين.

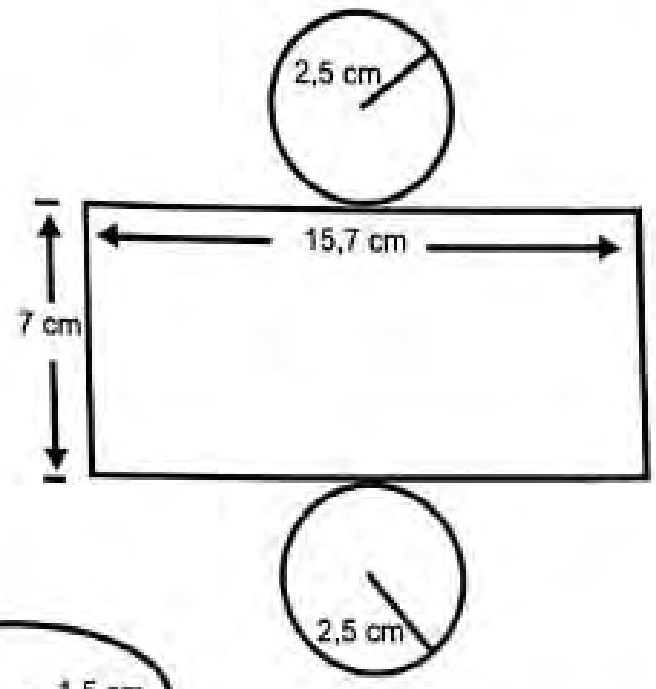
حلول التمارين

1. قاعدتا أسطوانة الدّوران على شكل **قرص**.
طول السّطح الجانبيّ يساوي محيط **الدائرة**.
البعد بين مركزيّ القاعدتين يسمّى **الارتفاع**.
عرض السّطح الجانبيّ يساوي الارتفاع

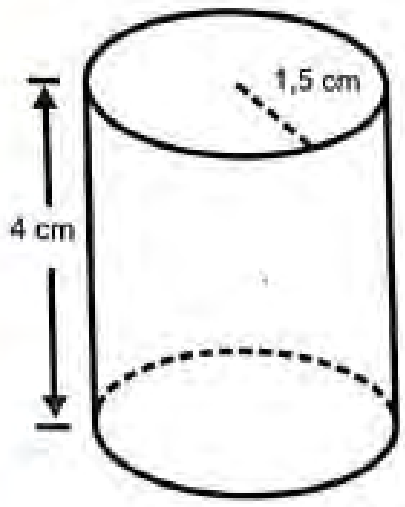
2. الشكل (3) هو شكل اسطوانة الدّوران.

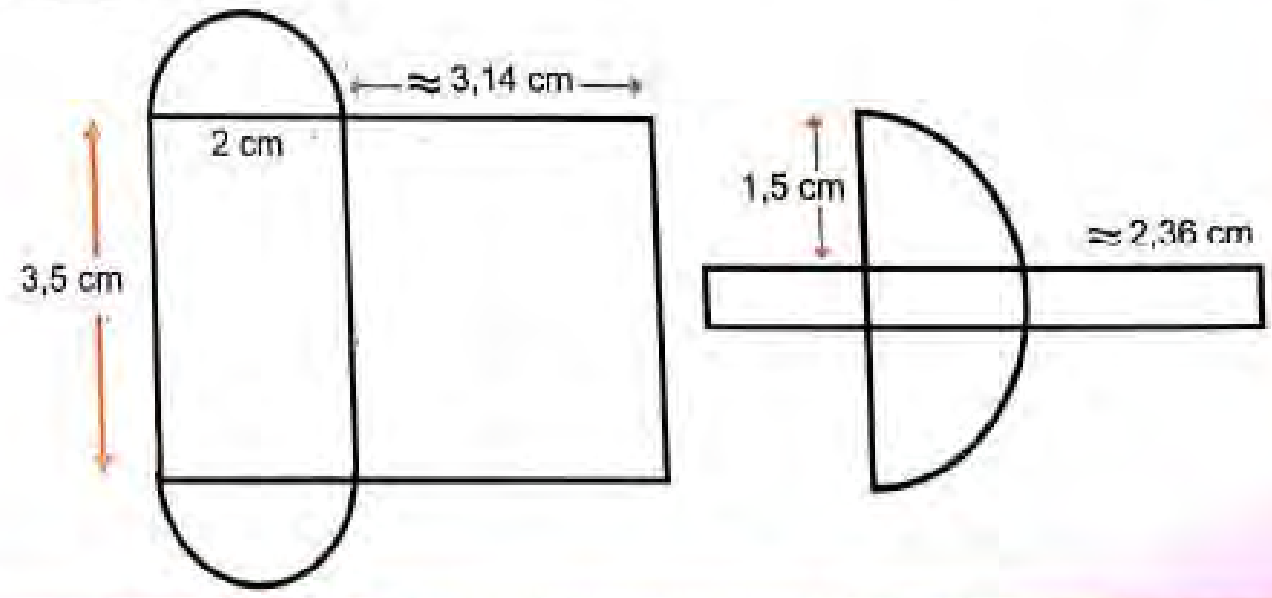
3. التّصميم (1) ليس تصميما لأسطوانة الدّوران لأنّ القرصين غير متقايسين.
التّصميم (2) ليس تصميما لأسطوانة الدّوران لأنّ محيط القرص لايساوي طول السّطح الجانبي
التّصميم(3) يعتبر تصميما لأسطوانة الدّوران لأنّ القرصين متقايسان
و $2 \times 1,5 \times 3,14 = 9,42$

4. تصميم لأسطوانة الدّوران



5. تمثيل أسطوانة الدّوران بالمنظور المتساوي القياس:
نحسب بُعديّ السّطح الجانبيّ:
لدينا: $\mathcal{P} = 3 \times \pi = 3 \times 3,14 = 9,42$.
ومنه السّطح الجانبيّ مستطيل عرضه $4cm$، وطوله $9,42cm$.





الإجابة خطأ، سطح أسطوانة الدّوران متناظر بالنّسبة إلى المستقيم الواصل بين مركزيّ القاعدتين.

إرشادات وتوجيهات

- نصفا قطري القرصين مختلفان
- في اسطوانة الدوران محيط القرص يساوي طول السطح الجانبي .
- نعتبر أن $\pi = 3,14$
- محيط القرص يساوي محيط الدائرة التي لها نصف القطر نفسه.
- محيط الدائرة التي نصف قطرها r يساوي $2r \times \pi$
- مساحة القرص الذي نصف قطره r تساوي $r \times r \times \pi$

متوسطة حي واد النيل البوني

الموشور القائم، أسطوانة الدوران (3)

الكفاءات المستهدفة

- حساب المساحة الجانبية لموشور قائم ولأسطوانة دوران.
- حساب حجم موشور قائم وأسطوانة دوران.

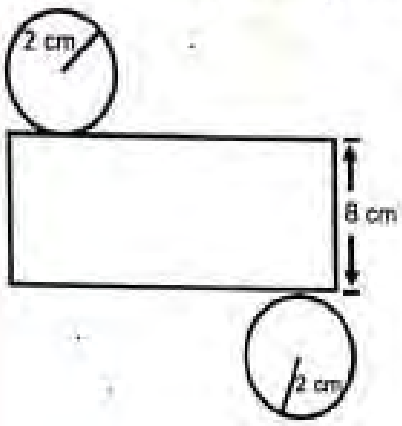
تمارين

1. موشور قائم قاعدته مستطيلة الشكل بعداها $8cm$، $5cm$ و ارتفاعه $20cm$.
   أ) احسب المساحة الجانبيّة لهذا الموشور.
   ب) احسب حجم هذا الموشور.

2. أسطوانة دوران ارتفاعها $9cm$ ونصف قطرها $4cm$.
   1) احسب المساحة الجانبيّة لهذه الأسطوانة.
   2) احسب حجم هذه الاسطوانة.

3. موشور قائم قاعدته مثلّث قائم وارتفاعه $12cm$.
   إذا كان طولا الضلعين القائمين للمثلّث هما $3cm$، $4cm$ ووتره $5cm$.
   أ) احسب المساحة الجانبيّة لهذا الموشور.
   ب) احسب حجم هذا الموشور.
   ج) احسب المساحة الكليّة لهذا الموشور.

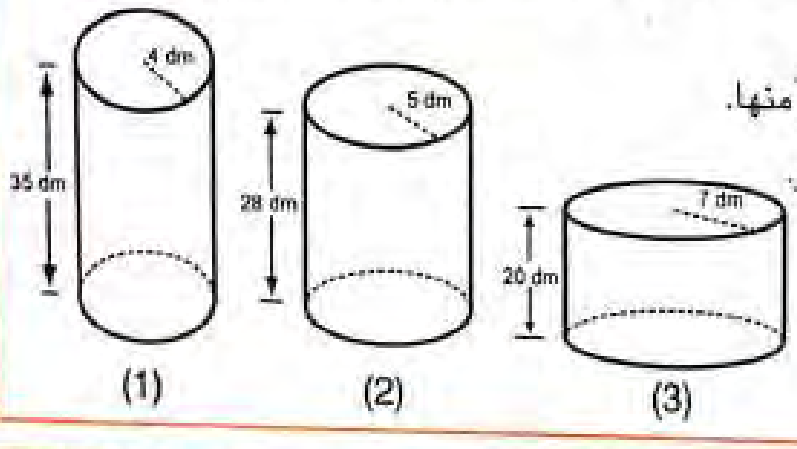
4. بئر على شكل أسطوانة دوران ارتفاعها $12,5m$ ونصف قطرها $2m$.
   1) احسب المساحة الجانبيّة للبئر.
   2) احسب حجم هذه البئر.
   3) هل المساحة الجانبيّة تساوي الحجم ؟
   4) إذا كان حجم الماء في هذه البئر هو $75m^3$، ما هو ارتفاع الماء في البئر؟ (أعط الناتج بتقريب 0,01).



5. التّصميم المقابل هو لأسطوانة دورانيّة.
   1) احسب مساحتها الكليّة.
   2) احسب حجمها.

6. موشور قائم قاعدته متوازي أضلاع طول أحد أضلاعه $0,2m$ والارتفاع المتعلق بهذا الضلع هو h.
   إذا كان حجم الموشور $2400cm^3$ و ارتفاعه $0,16m$، احسب h.

7. عرض على صاحب مصنع ثلاثة أشكال لأسطوانة دورانيّة (انظر الأشكال (1) و(2) و(3))، فقرّر اختيار أكبرها حجما.
   1) قارن بين المساحة الجانبيّة لكلّ منها.
   2) ماهو الشكل الّذي اختاره التاجر.

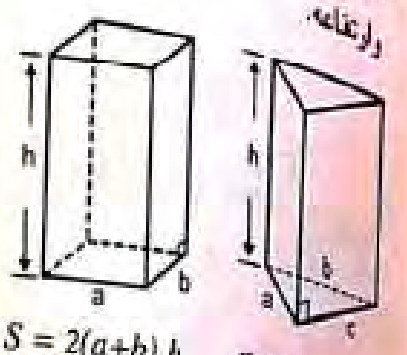


مكتسبات

- وصف و تمثيل تصميم لموشور قائم لبعاده معلومة.
- وصف و تمثيل تصميم لأسطوانة دوران ابعادها معلومة.

ما يلزمك معرفته

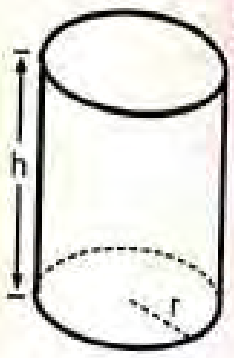
أ) المساحة الجانبيّة لموشور قائم تساوي جداء محيط إحدى قاعدتيه وارتفاعه.



$S = 2(a+b)\,h$ $\quad$ $S = (a+b+c)\,h$

- المساحة الجانبيّة لأسطوانة دوران تساوي جداء محيط إحدى قاعدتيها وارتفاعها.

$S = 2\,\pi\,r\,h$



- حجم موشور قائم يساوي جداء مساحة إحدى قاعدتيه وارتفاعه.
- حجم أسطوانة الدّوران يساوي جداء مساحة إحدى قاعدتيها وارتفاعها.

$V = \pi \times r \times r \times h$

إجراءات وتقنيات

- نوحد وحدة القياس إذا كانت غير موحّدة قبل الشّروع في أيّ حساب.

أصحيح أم خطأ ؟ إذا كان لأسطوانتي دوران المساحة الجانبيّة نفسها فإنّ لهما الحجم نفسه.

حلول التمارين

1. أ) المساحة الجانبية لهذا الموشور: $2(5+8)=20cm^2$

ب) حجم هذا الموشور: $5 \times 8 \times 20 = 800cm^3$

2. 1) المساحة الجانبية لهذه الأسطوانة: $2 \times 3,14 \times 4 \times 9 = 226,08\ cm^2$

2) احسب حجم هذه الأسطوانة: $4 \times 4 \times 3,14 \times 9 = 452,16\ cm^3$

3. 1) المساحة الجانبية لهذا الموشور: $2 \times (3+4+5) \times 12 = 288\ cm^3$

ب) حجم هذا الموشور: $^1/_2 \times 3 \times 4 \times 12 = 73\ cm^3$

ج) المساحة الكلية لهذا الموشور: $2 \times (^1/_2 \times 3 \times 4) + 288 = 300\ cm^2$

4. 1) المساحة الجانبية للبئر: $4 \times 3,14 \times 12,5 = 157\ cm^2$ لأن القطر $4m$

2) حجم البئر: $2 \times 2 \times 3,14 \times 12,5 = 157\ m^3$

3) المساحة الجانبية لاتساوي الحجم لأنّ الوحدة مختلفة.

4) ارتفاع الماء في البئر h' يحسب من العلاقة: $2 \times 2 \times 3,14 \times h' = 75$

ومنه $h' = 5,97\ m$

5. 1) مساحة قاعدتي الأسطوانة: $2 \times (2 \times 2 \times 3,14) = 25,12\ cm^2$

لحساب المساحة الجانبية لاسطوانة نحسب محيط قرص إحدى القاعدتين:

$4 \times 3,14 = 12,56\ cm$

ومنه المساحة الجانبية للاسطوانة: $12,56 \times 8 = 100,48\ cm^2$

ومنه المساحة الكلّية للاسطوانة : $25,12 + 100,48 = 125,6\ cm^2$

2) حجم الاسطوانة: $2 \times 2 \times 3,14 \times 8 = 100,48\ cm^2$

6. نحسب h من المعادلة: $20 \times h \times 16 = 2400$

ومنه: $h = 7,5\ cm$

7. 1)

لدينا $2 \times 4 \times \pi \times 35 = 280\pi\ dm^2$

و $2 \times 5 \times \pi \times 28 = 280\pi\ dm^2$

و $2 \times 7 \times \pi \times 20 = 280\pi\ dm^2$

ومنه للأشكال (1) و(2) و(3) المساحة الجانبية نفسها وهي $280\pi\ dm^2$

2) نحسب حجم كلّ منها، فنجد:

$V_1 = 4 \times 4 \times 3,14 \times 35 = 1758,4\ dm^3$

و $V_2 = 5 \times 5 \times 3,14 \times 28 = 2198\ dm^3$

و $V_3 = 7 \times 7 \times 3,14 \times 20 = 3077,2\ dm^3$

ومنه اختار التاجر الشكل (3) لأن $V_3 > V_2 > V_1$

إرشادات وتوجيهات

- محيط المستطيل يساوي ضعف مجموع بعديه.
- مساحة المستطيل تساوي جداء بعديه.

نعتبر $\pi = 3,14$

- المساحة الجانبية لأسطوانة دوران نصف قطر قاعدتها r وارتفاعها h تساوي

$2 \times r \times \pi \times h$

- حجم أسطوانة دوران نصف قطر قاعدتها r وارتفاعها h تساوي

$r \times r \times \pi \times h$

- المساحة الكلية للموشور تساوي مجموع المساحة الجانبيّة ومساحتي القاعدتين.

- نحول $0,2m = 20cm$

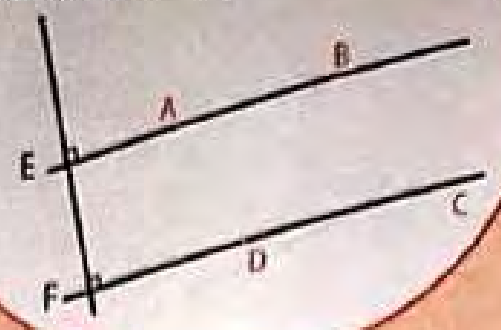
$0,16\ m = 16\ cm$

الإجابة خطأ. انظر التمرين (7)

كيف نبين أن مستقيمين متوازيان ؟

إذا كان:

$(EF) \perp (CD)$ و $(AB) \perp (EF)$

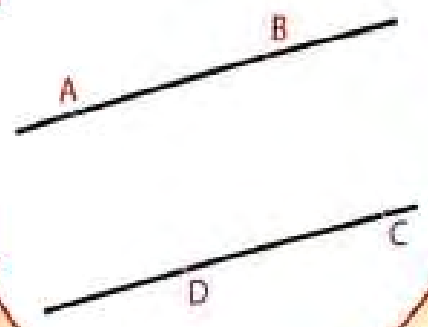


إذا كان:

$(EF) // (CD)$ $(AB) // (EF)$

فإنّ :

$(AB) // (CD)$



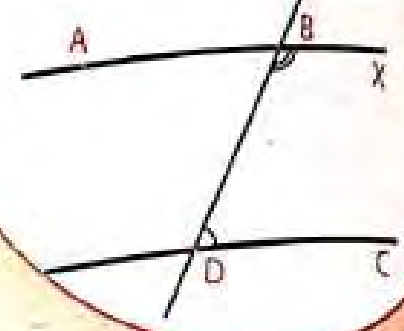
إذا كان :

للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$

نفس المنتصف

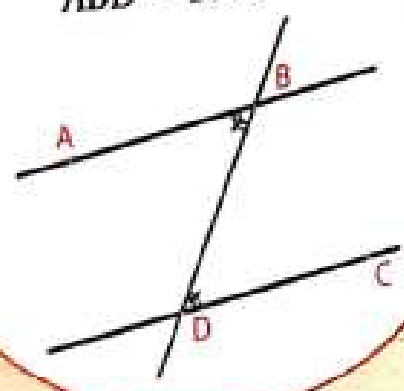
إذا كان:

$\widehat{DBX} + \widehat{DBC} = 180°$



إذا كان:

$\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$

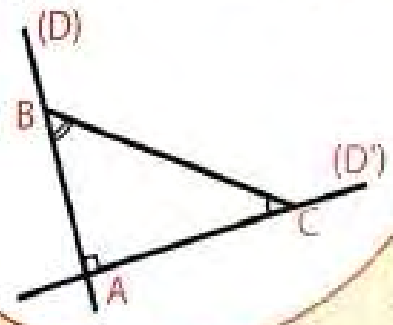


كيف نبين أن مستقيمين متعامدان ؟

إذا كان:

$\widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 90°$

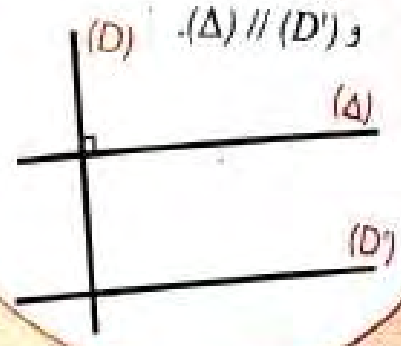
أي المثلث ABC قائم في A.



إذا كان:

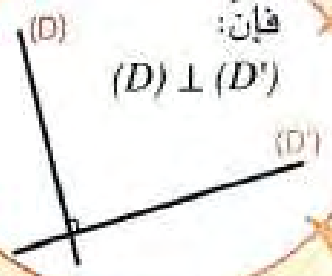
$(D) \perp (\Delta)$

و $(D') // (\Delta)$.



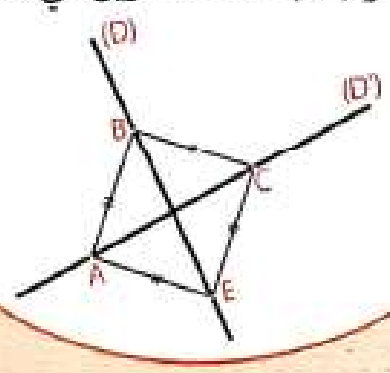
فإنّ:

$(D) \perp (D')$



إذا كان :

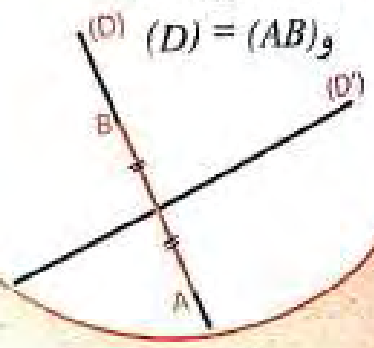
(D) و (D') حاملا قطرين في معين



إذا كان:

(D') محور $[AB]$

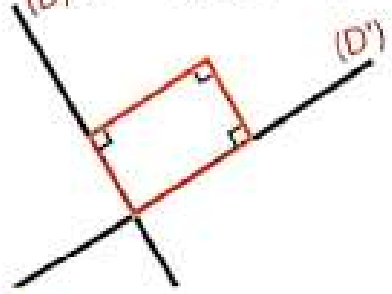
و $(D) = (AB)$



إذا كان :

(D) و (D') حاملا

ضلعين متتاليين في مستطيل

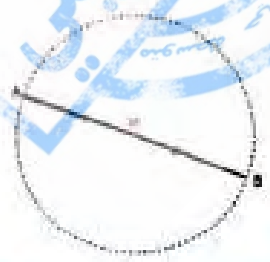


كيف نبين أن نقطة هي منتصف قطعة مستقيم ؟

إذا كانت :
النّقطتان A و B متناظرتين بالنّسبة إلى النّقطة M.

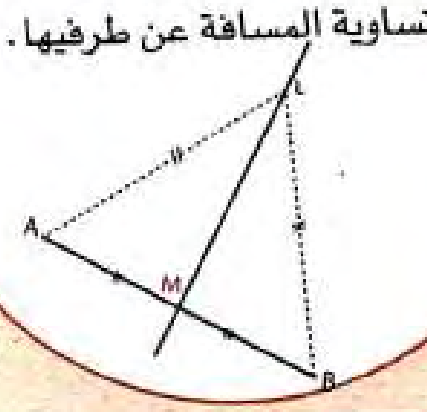
إذا كانت :
النّقطة M هي نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع.

إذا كانت :
النّقطة M مركزا لدائرة قطرها $[AB]$.

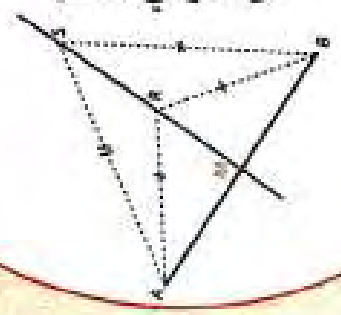


فإنّ :
النّقطة M منتصف $[AB]$.

إذا كانت:
النّقطة M تنتمي إلى مستقيم عمودي على $[AB]$ ويشمل نقطة متساوية المسافة عن طرفيها.

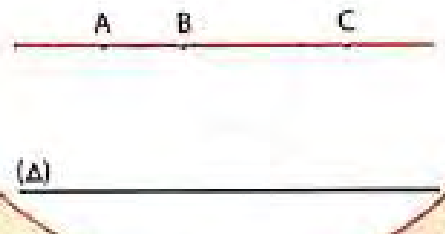


إذا كانت :
النّقطة M تنتمي إلى مستقيم يشمل نقطتين كلّ منهما متساوية المسافة عن طرفي $[AB]$

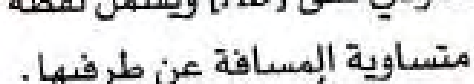


كيف نبين أن ثلاث نقط هي على استقامة واحدة ؟

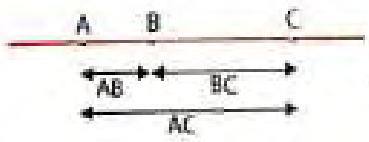
إذا كان :
المستقيمان (AB) و (AC) يوازيان المستقيم نفسه.



إذا كان :
المستقيمان (AB) و (AC) عموديان على نفس المستقيم.

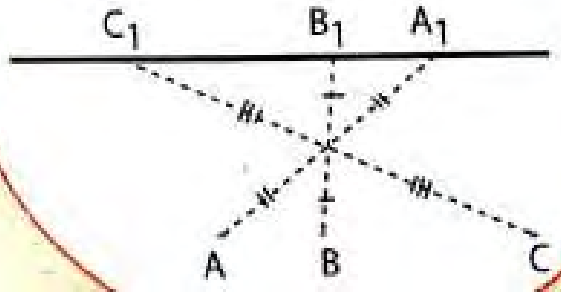


إذا كان :
$AB + BC = AC$.



فإنّ :
النّقط A ، B ، C على استقامة واحدة.

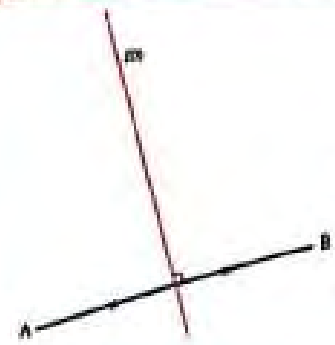
إذا كانت:
النّقط A ، B ، C نظائر نقط من نفس المستقيم بالنّسبة إلى نقطة (أو مستقيم).



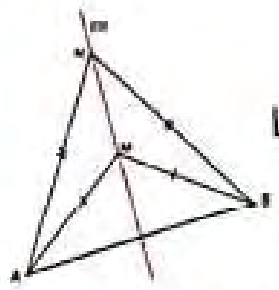
إذا كان :
قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ يساوي $180°$.

كيف نبين أن مستقيم هو محور قطعة مستقيم ؟

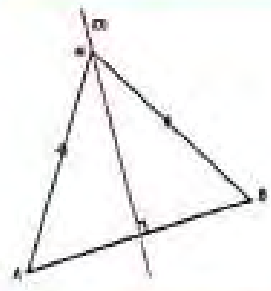
إذا كان:
المستقيم (D) عموديا على $[AB]$
ويشمل منتصفها.



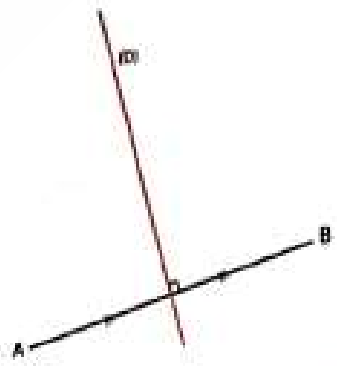
إذا كان:
المستقيم (D) يشمل نقطتين كلّ منهما
متساوية المسافة عن طرفي $[AB]$.



إذا كان :
المستقيم (D) يشمل نقطة متساوية
المسافة عن طرفي $[AB]$ وعمودي
على حا ملها.

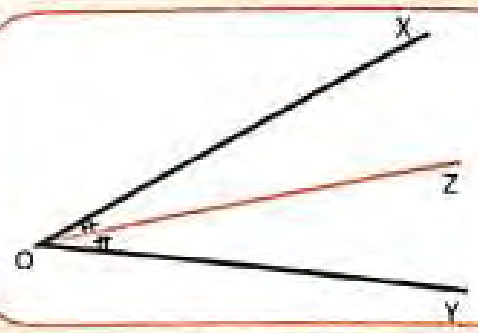


فإنّ:
المستقيم (D) محور $[AB]$.

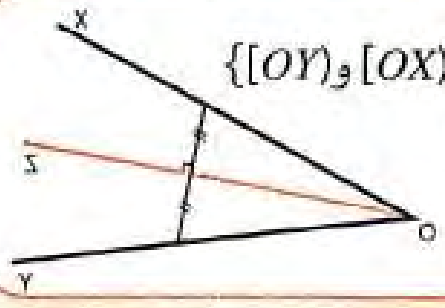


كيف نبين أن مستقيم هو منصف زاوية ؟

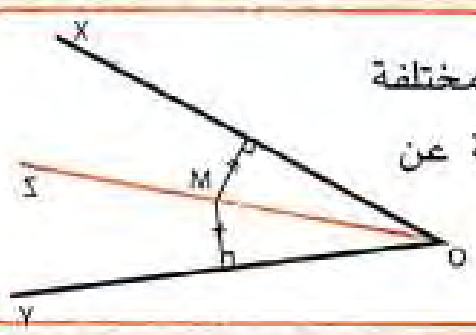
إذا كان
$\widehat{XOZ} = \widehat{ZOY}$



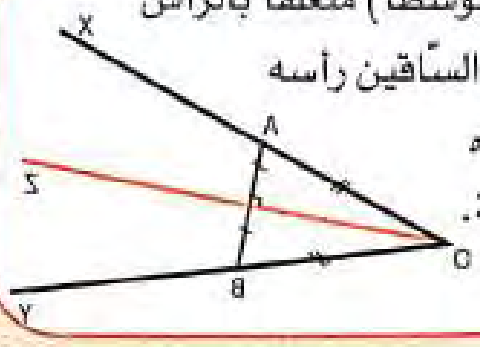
إذا كان ضلعا الزاوية $\widehat{XOY}$ $\{[OX)$ و$[OY)\}$
متناظرين بالنّسبة إلى $[OZ)$



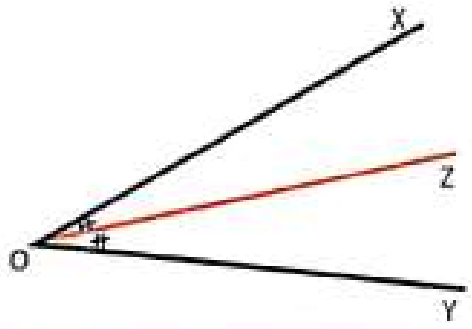
إذا كان نقطة من $[OZ)$ مختلفة
عن O ومتساوية المسافة عن
ضلعي الزاوية $\widehat{XOY}$.



إذا كان $[OZ)$ ارتفاعا (أو متوسطا) متعلقا بالرأس
الأساسي في مثلّث متساوي السّاقين رأسه
الأساسي رأس الزاوية وساقاه
محمولان على ضلعي الزاوية.



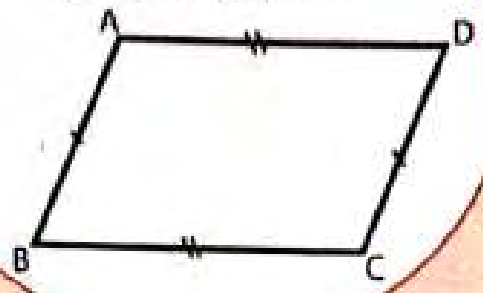
فإنّ المستقيم $[OZ)$ منصف
الزاوية $\widehat{XOY}$.



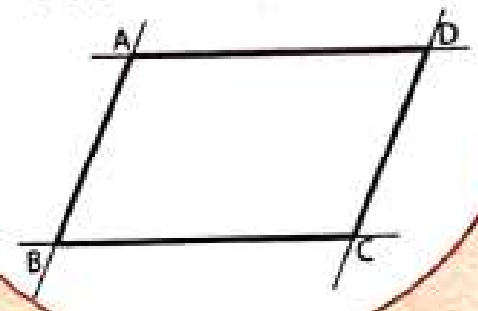
متوسطة حي واد النيل البوني
ش. قبايلي

كيف نبيّن أنّ رباعيا هو متوازي أضلاع ؟

إذا كان:
في رباعي $ABCD$ كلّ ضلعين متقابلين متقايسين.

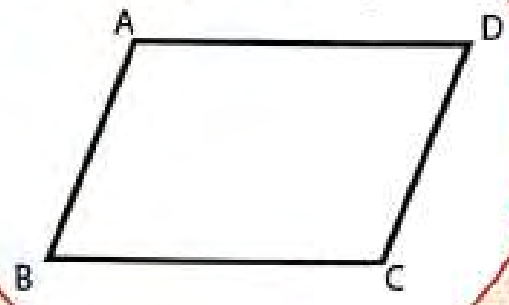


إذا كان :
في رباعي $ABCD$ كلّ ضلعين متقابلين حاملاهما متوازيين.

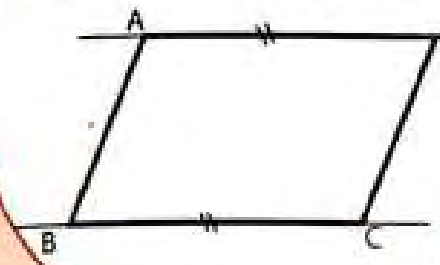


إذا كان:
في رباعي $ABCD$ كلّ زاويتين متقابليتين متقايستين.

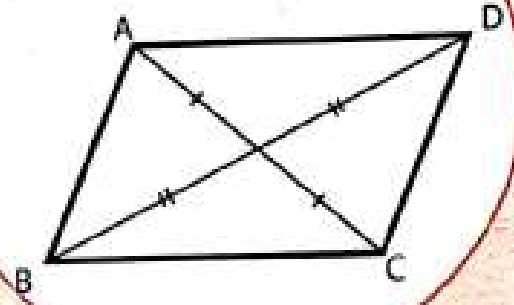
فإن :
الرّباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.



إذا كان :
في رباعي $ABCD$ ضلعان متقايسان وحاملاهما متوازيان.



إذا كان :
قطرا رباعي $ABCD$ متناصفين.



النّوع	أجزاء الوحدة			الوحدة الأساسية	مضاعفات الوحدة		
أطوال	mm	cm	dm	m	dam	hm	km

مساحات	mm^2		cm^2		dm^2		m^2		dam^2		hm^2		km^2	

حجوم	mm^3			cm^3			dm^3			m^3			dam^3			hm^3			km^3		

السّعات	ml	cl	dl	l	dal	hl

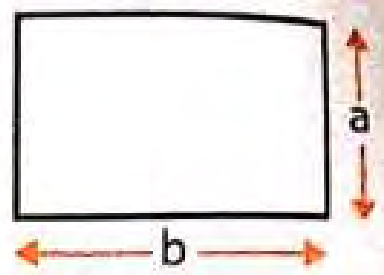
$1l = 1\ dm^3$

وحدات فلاحية	ca		a		ha

$1\ a = 1\ dam^2$

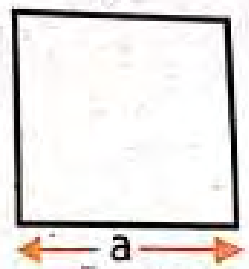
محيطات

مستطيل



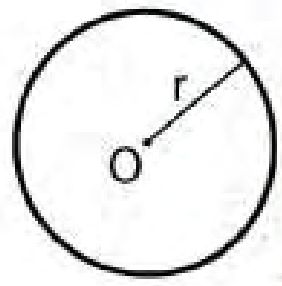
$P = 2(a + b)$

مربع



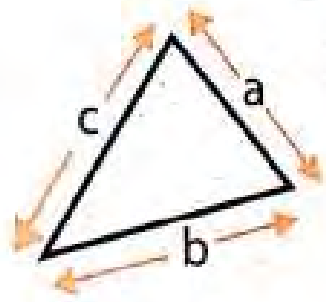
$P = 4a$

دائرة



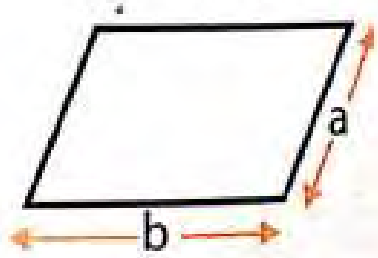
$P = 2 \times \pi \times r$

مثلث



$P = a + b + c$

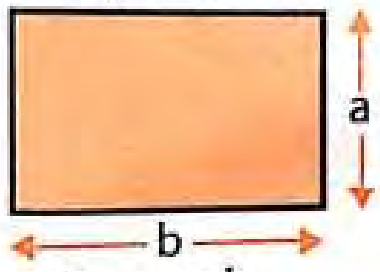
متوازي أضلاع



$P = 2(a + b)$

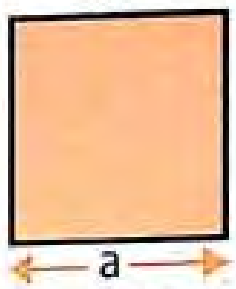
مساحات

مستطيل



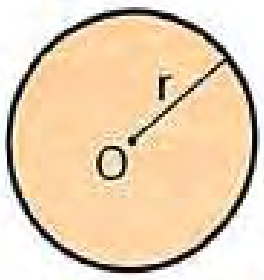
$\mathcal{A} = a \times b$

مربع



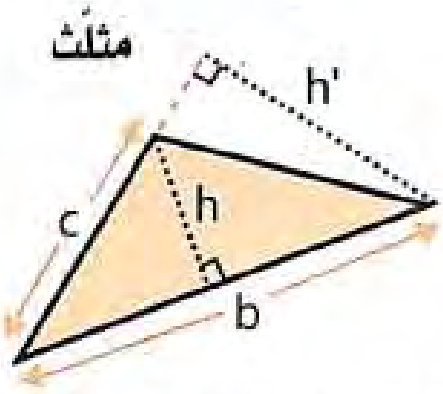
$\mathcal{A} = a \times a = a^2$

قرص



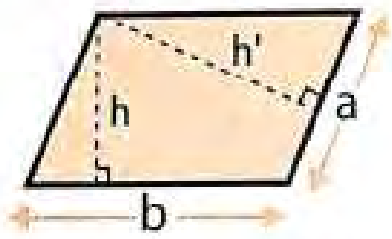
$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$

مثلث



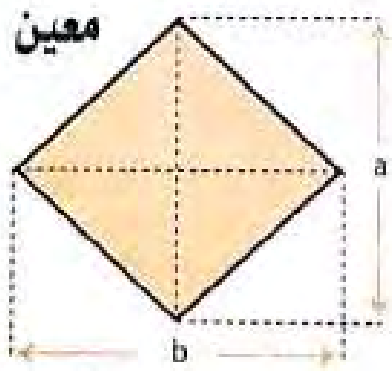
$\mathcal{A} = \frac{1}{2} b \times h = \frac{1}{2} c \times h'$

متوازي أضلاع



$\mathcal{A} = b \times h = a \times h'$

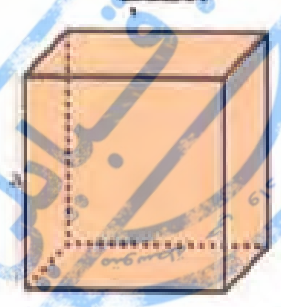
معين



$\mathcal{A} = \frac{1}{2} a \times b$

مساحات وحجوم

مكعب



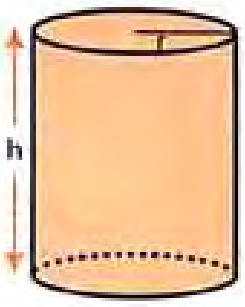
المساحة الكلية

$\mathcal{A} = 6 \times a^2$

الحجم

$\mathcal{V} = a \times a \times a = a^3$

اسطوانة دوران



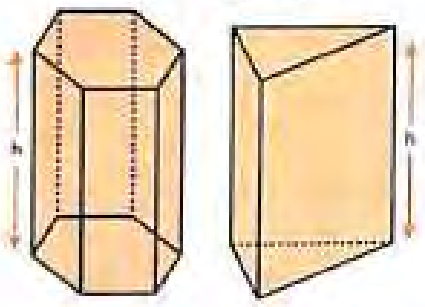
المساحة الجانبية

$\mathcal{A} = 2\pi \times r \times h$

الحجم

$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$

موشور قائم



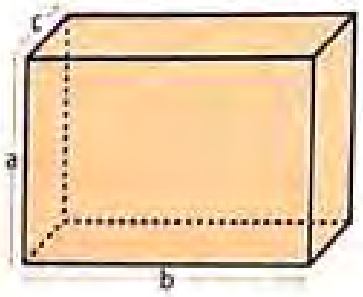
المساحة الجانبية

$\mathcal{A} = \mathcal{P} \times h$ حيث $\mathcal{P}$ محيط القاعدة

الحجم

$\mathcal{V} = h \times \mathcal{B}$ حيث $\mathcal{B}$ مساحة القاعدة

متوازي مستطيلات



المساحة الكلية

$\mathcal{A} = 2(a \times b + a \times c + b \times c)$

الحجم

$\mathcal{V} = a \times b \times c$

متوسطة حي واد النيل البوني
ش. قبايلي

سلسلة المفاتيح

المفاتيح هي سلسلة شبه مدرسية جديدة تأتي في إطار المستجدات التّي تشهدها البرامج التعليمية في المنظومة التربوية. أنجزت من طرف مهنيّين في الميدان لتساهم في إثراء المكتبة بالجديد، حتى تفيد التلاميذ والأساتذة.
هذه السلسلة تهدف إلى تثبيت المكتسبات وتساعد على خدمة الكفاءات من خلال المراجعة والتدريب.

أتمرّن في الرّياضيات للسنة الثانية من التّعليم المتوسّط

هو إنجاز يهدف إلى تثبيت المكتسبات في الرياضيات من خلال المراجعة والتدريب على مختلف الإجراءات.

يحتوي هذا الإنجاز على:

- بطاقات (42) مبوّبة حسب ترتيب أبواب البرنامج الرسمي، وتجسّد كلّ منها كفاءة أو كفاءتين.
- تمارين (أكثر من 270) شاملة ومتنوعة ومتدرّجة في الصعوبة وبعض منها إدماجية.
- حلول نموذجية لكلّ التمارين.
- مفاتيح على شكل إرشادات وتوجيهات تساعد على حلّ تمارين أخرى.