



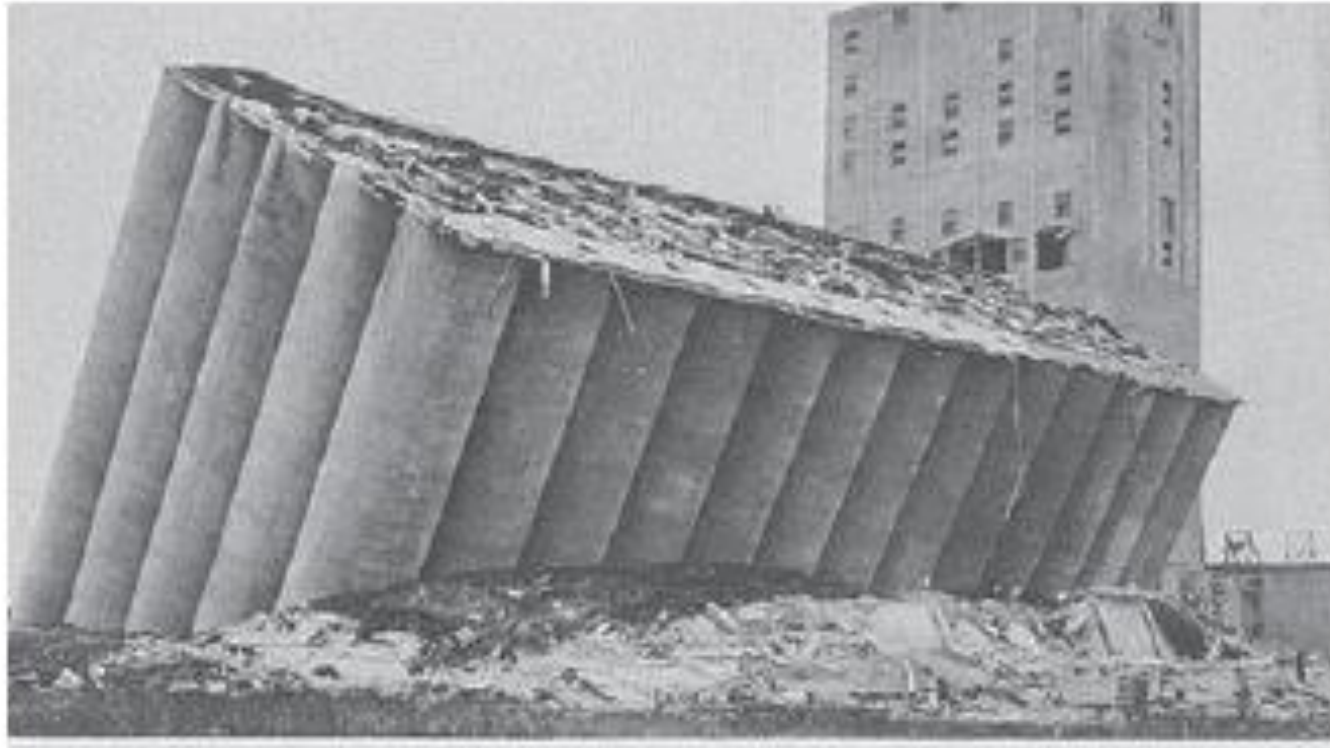
رابطی مقدم

مهندسی پی



ظرفیت باربری پی های سطحی

**Bearing Capacity  
of  
Shallow Foundations**



## مثال ها

برای یک فونداسیون نواری با پارامترهای زیر، ظرفیت باربری مجاز  $q_{all}$  برای واحد سطح فونداسیون را با استفاده از نظریه ظرفیت باربری ترزاقی و ضریب اطمینان ۳ محاسبه نمایید. برای تمام حالات فرض کنید که گسیختگی برشی کلی رخ می دهد.

$\gamma = 16.8 \text{ kN / m}^3$	$c = 14 \text{ kN / m}^2$	$\phi = 28^\circ$	$D_f = 0.7 \text{ m}$	$B = 0.8 \text{ m}$	(الف)
$\gamma = 18.2 \text{ kN / m}^3$	$c = 14.2 \text{ kN / m}^2$	$\phi = 20^\circ$	$D_f = 0.5 \text{ m}$	$B = 1.2 \text{ m}$	(ب)
$\gamma = 16.98 \text{ kN / m}^3$	$c_u = 35.9 \text{ kN / m}^2$	$\phi = 0^\circ$	$D_f = 0.62 \text{ m}$	$B = 9.62 \text{ m}$	(پ)
$\gamma = 19.2 \text{ kN / m}^3$	$c = 0$	$\phi = 40^\circ$	$D_f = 3 \text{ m}$	$B = 3.5 \text{ m}$	(ت)
$\gamma = 18 \text{ kN / m}^3$	$c_u = 48 \text{ kN / m}^2$	$\phi = 0$	$D_f = 0.6 \text{ m}$	$B = 0.8 \text{ m}$	(ث)

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$$

$$N_c = \cot \phi \left[ \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\tan \phi}}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)} - 1 \right] = \cot \phi [N_q - 1]$$

$$N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\tan \phi}}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)}$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left( \frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right) \tan \phi$$

$\phi$ , deg	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$	$K_{p\gamma}$
0	5.7*	1.0	0.0	10.8
5	7.3	1.6	0.5	12.2
10	9.6	2.7	1.2	14.7
15	12.9	4.4	2.5	18.6
20	17.7	7.4	5.0	25.0
25	25.1	12.7	9.7	35.0
30	37.2	22.5	19.7	52.0
34	52.6	36.5	36.0	
35	57.8	41.4	42.4	82.0
40	95.7	81.3	100.4	141.0
45	172.3	173.3	297.5	298.0
48	258.3	287.9	780.1	
50	347.5	415.1	1153.2	800.0

\* $N_c = 1.5\pi + 1$ . [See Terzaghi (1943), p. 127.]

$$K_{p\gamma} = 3 \cdot \tan^2 \left( 45 + \left( \frac{\phi + 33}{2} \right) \right)$$

(الف)

$$\phi = 28^\circ \rightarrow N_c = 31.61, N_q = 17.81, N_\gamma = 13.7$$

$$q_{all} = \frac{q_u}{FS} = \frac{1}{3} \left[ (14)(31.61) + (0.7 \times 16.8)(17.81) + \frac{1}{2}(16)(0.8)(13.7) \right] = 248 \text{ kN / m}^2$$

(ب)

$$\phi = 20^\circ \rightarrow N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_\gamma = 3.64$$

$$q_{all} = \frac{q_u}{FS} = \frac{1}{3} \left[ (14.2)(17.69) + (0.5 \times 18.2)(7.44) + \frac{1}{2}(18.2)(1.2)(3.64) \right] = 119.6 \text{ kN / m}^2$$

(پ)

$$\phi = 0 \rightarrow N_c = 5.7, N_q = 1, N_\gamma = 0$$

$$q_{all} = \frac{q_u}{FS} = \frac{1}{FS} [c_u N_c + q] = \frac{1}{3} [35.9 \times 5.7 + 0.62 \times 16.98] = 71.72 \text{ kN / m}^2$$

(ت)

$$\phi = 40 \rightarrow N_q = 81.27, N_\gamma = 115.31$$

$$q_{all} = \frac{q_u}{FS} = \frac{1}{3} \left[ (3 \times 19.2)(81.27) + \frac{1}{2}(19.2)(3.5)(115.31) \right] = 2851.856 \text{ kN / m}^2$$

(ث)

$$\phi = 0 \rightarrow N_c = 5.7, N_q = 1, N_\gamma = 0$$

$$q_{all} = \frac{q_u}{FS} = \frac{1}{3} [(48)(5.7) + (0.6)(18)] = 94.8 \text{ kN / m}^2$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

یک فونداسیون نواری صلب به عرض ۱ متر در عمق ۰/۷ متر نسبت به سطح زمین قرار گرفته است. ظرفیت باربری مجاز خاک را با استفاده از نظریه ظرفیت باربری ترزاقی با در نظر داشتن ضریب اطمینان ۳ برای حالات زیر محاسبه نمایید.

(الف) ماسه متراکم با زاویه اصطکاک زهکشی شده  $\phi = 38^\circ$

(ب) ماسه با تراکم متوسط و زاویه اصطکاک زهکشی شده  $\phi = 30^\circ$

حل (الف) در این حالت گسیختگی از نوع برشی کلی یا عمومی خواهد بود.

$$c = 0 \rightarrow q_u = qN_q + 0.5\gamma BN_\gamma$$

$$\phi = 38 \rightarrow N_q = 61.55, N_\gamma = 78.61$$

$$q_u = 0.7 \times 18.6 \times 61.55 + 0.5 \times 18.6 \times 1 \times 78.61 = 1532.454 \text{ kN / m}^2$$

$$q_{all} = \frac{q_u}{3} = \frac{1532.454}{3} = 510.8 \text{ kN / m}^2 = 5.1 \text{ kg / cm}^2$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

یک فونداسیون نواری صلب به عرض ۱ متر در عمق ۰/۷ متر نسبت به سطح زمین قرار گرفته است. ظرفیت باربری مجاز خاک را با استفاده از نظریه ظرفیت باربری ترزاقی با در نظر داشتن ضریب اطمینان ۳ برای حالات زیر محاسبه نمایید.

(الف) ماسه متراکم با زاویه اصطکاک زهکشی شده  $\phi = 38^\circ$

(ب) ماسه با تراکم متوسط و زاویه اصطکاک زهکشی شده  $\phi = 30^\circ$

حل (ب) ماسه با تراکم متوسط

در این حالت چون ماسه غیر متراکم است گسیختگی از نوع موضعی خواهد بود.

$$q'_u = qN'_q + 0.5\gamma BN'_\gamma$$

با استفاده از جدول مربوط به ضرایب اصلاح شده یا با استفاده از رابطه  $\phi' = \arctan(0.67\phi)$  داریم:

$$N'_q = 8.31$$

$$N'_\gamma = 4.39$$

$$q'_u = 0.7 \times 18.6 \times 8.31 + 0.5 \times 18.6 \times 1 \times 4.39 = 149 \text{ kN/m}^2 \rightarrow q_{all} = \frac{149}{3} = 49.67 = 0.49 \text{ kg/cm}^2$$



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

فونداسیونی نواری به عرض  $B = 1.4\text{m}$  در سطح خاکی ماسه ای با زاویه اصطکاک  $\phi = 36^\circ$  قرار گرفته است. مطلوب است محاسبه ظرفیت باربری خاک با استفاده از نظریه های ظرفیت باربری ترزاقی و مایرهوف.  $\gamma = 19\text{kN/m}^3$

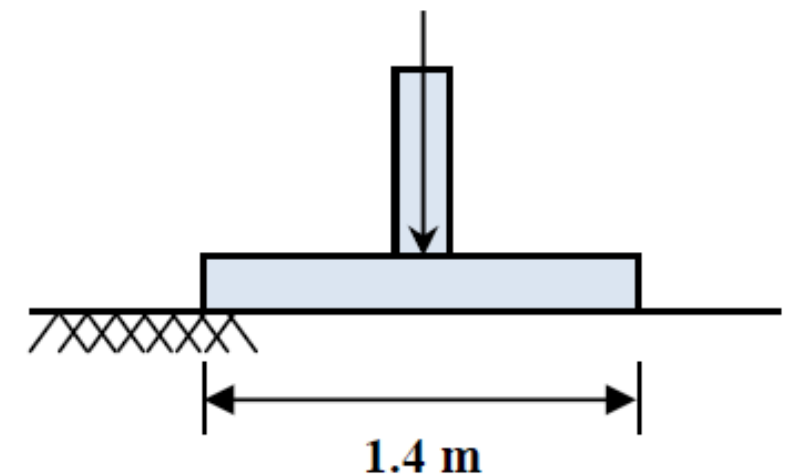
حل: با توجه به رابطه ظرفیت باربری ترزاقی داریم:

$$q_u = CN_c + qN_q + 0.5\gamma BN_\gamma$$

$$c = 0, q = 0 \rightarrow q_u = 0.5\gamma BN_\gamma$$

$$\phi = 36^\circ \rightarrow N_\gamma = 54.36$$

$$q_u = 0.5\gamma BN_\gamma = 0.5 \times 19 \times 1.4 \times 54.36 = 723\text{kN/m}^2$$



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

فونداسیونی نواری به عرض  $B = 1.4\text{m}$  در سطح خاکی ماسه ای با زاویه اصطکاک  $\phi = 36^\circ$  قرار گرفته است. مطلوب است محاسبه ظرفیت باربری خاک با استفاده از نظریه های ظرفیت باربری ترزاقی و مایرهوف.  $\gamma = 19\text{kN/m}^3$

رابطه عمومی ظرفیت باربری مایرهوف به صورت زیر است:

$$q_{ult} = CN_c S_c d_c i_c + q N_q S_q d_q i_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma S_\gamma d_\gamma i_\gamma$$

$S_c$  ,  $S_q$  ,  $S_\gamma$  را ضرایب شکل ( Shape Factor )  $d_c$  ,  $d_q$  ,  $d_\gamma$  را ضرایب عمق ( Depth Factor )  $i_c$  ,  $i_q$  ,  $i_\gamma$  را ضرایب میل بار (Inclination Factor) می نامند.

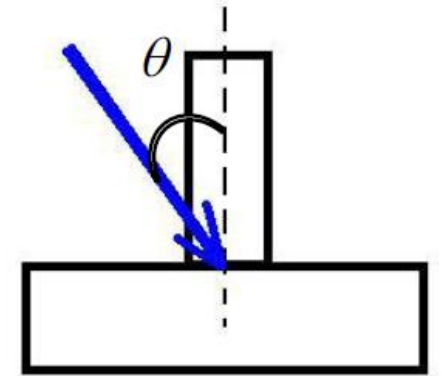
$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4\phi)$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

فونداسیونی نواری به عرض  $B = 1.4\text{m}$  در سطح خاکی ماسه ای با زاویه اصطکاک  $\phi = 36^\circ$  قرار گرفته است. مطلوب است محاسبه ظرفیت باربری خاک با استفاده از نظریه های ظرفیت باربری ترزاقی و مایرهوف.  $\gamma = 19\text{kN/m}^3$

$$q_{ult} = CN_c S_c d_c i_c + qN_q S_q d_q i_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma S_\gamma d_\gamma i_\gamma$$

$$c = 0, q = 0 \longrightarrow q_{ult} = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma S_\gamma d_\gamma i_\gamma$$



$$\theta = 0 \rightarrow i_\gamma = 1$$

$$D/B = 0 \rightarrow d_\gamma = 1$$
$$s_\gamma = 1 \rightarrow \text{پی نواری}$$
$$\longrightarrow q_{ult} = 0.5 \gamma B N_\gamma$$

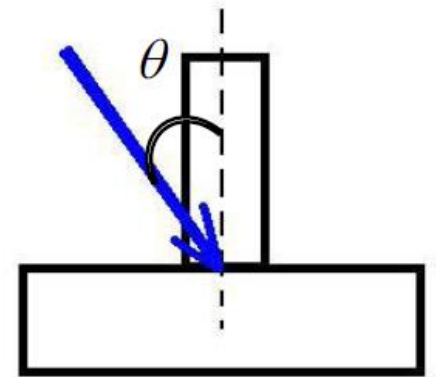
# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

فونداسیونی نواری به عرض  $B = 1.4\text{m}$  در سطح خاکی ماسه ای با زاویه اصطکاک  $\phi = 36^\circ$  قرار گرفته است. مطلوب است محاسبه ظرفیت باربری خاک با استفاده از نظریه های ظرفیت باربری ترزاقی و مایرهوف.  $\gamma = 19\text{kN/m}^3$

$$q_{ult} = 0.5\gamma B N_\gamma$$

$$\phi = 36^\circ \rightarrow N_\gamma = 44.43$$

$$q_u = 0.5 \times 19 \times 1.4 \times 44.43 = 591\text{kN/m}^2 = 5.91\text{kg/cm}^2$$





# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

مسئله قبل را برای حالتی حل نمایید که عمق استقرار فونداسیون  $D_f = 1m$  می باشد.

حل:

برای رابطه ترزاقی داریم:

$$\phi = 36^\circ \rightarrow N_q = 47.16, N_\gamma = 54.36$$

$$q_u = qN_q + 0.5\gamma BN_\gamma = 1 \times 19 \times 47.16 + 0.5 \times 19 \times 1.4 \times 54.36 = 1619 \text{ kN / m}^2 = 16.19 \text{ kg / cm}^2$$

$$q_{ult} = qN_q d_q + 0.5\gamma BN_\gamma d_\gamma$$

ظرفیت باربری مایر هوف:

$$\text{ضرایب عمق} \left\{ \begin{array}{ll} d_c = 1 + 0.2\sqrt{K_p} \frac{D}{B} & \text{Any } \phi \\ d_q = d_\gamma = 1 + 0.1\sqrt{K_p} \frac{D}{B} & \phi \geq 10^\circ \\ d_q = d_\gamma = 1 & \phi = 0 \end{array} \right. \quad K_p = \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

مسئله قبل را برای حالتی حل نمایید که عمق استقرار فونداسیون  $D_f = 1m$  می باشد.

ظرفیت باربری مایر هوف:

$$q_{ult} = qN_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma d_\gamma$$

$$d_q = d_\gamma = 1 + 0.1 \sqrt{K_p} \frac{D}{B} \quad \phi \geq 10^\circ$$

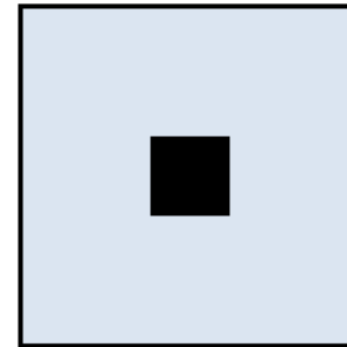
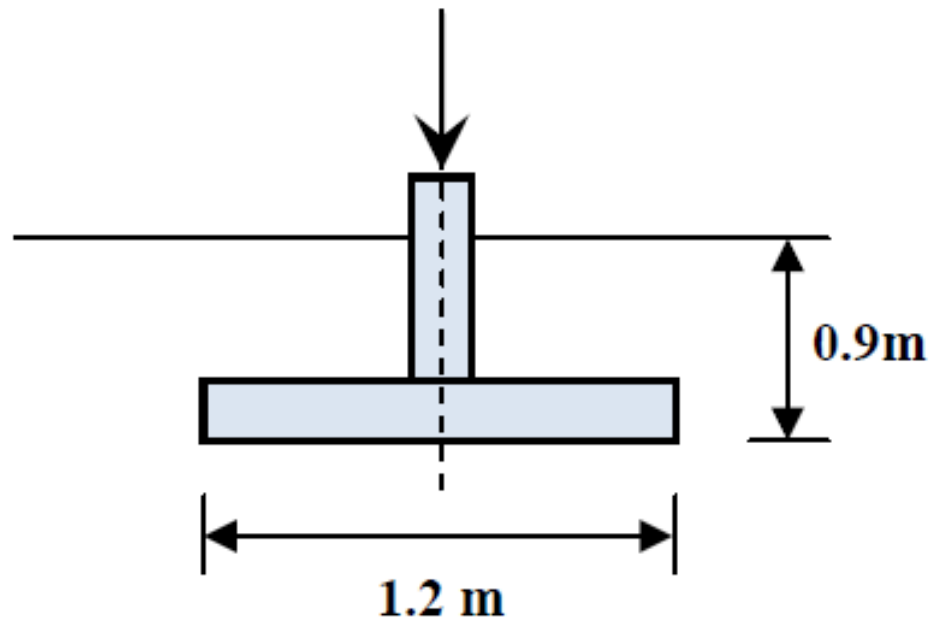
$$d_q = d_\gamma = 1 + 0.1 \left( \frac{D_f}{B} \right) \tan \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = 1 + 0.1 \left( \frac{1}{1.4} \right) \tan \left( 45 + \frac{36}{2} \right) = 1.14$$

$$\phi = 36^\circ \rightarrow N_q = 37.75, N_\gamma = 44.43$$

$$q_u = 1 \times 19 \times 37.75 \times 1.14 + 0.5 \times 19 \times 1.4 \times 44.43 \times 1.14 = 817.66 + 673.67 = 1491.33 \text{ kN / m}^2 = 14.91 \text{ kg / cm}^2$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

نمای یک فونداسیون مربع به ابعاد  $1.2\text{m} \times 1.2\text{m}$  در شکل زیر نشان داده شده است. مطلوب است تعیین بار مجاز کلی  $Q_{\text{all}}$  قابل حمل توسط فونداسیون با استفاده از رابطه ظرفیت باربری ترزاقی. ( $FS=3$ )



$$\gamma = 17.6 \text{ kN} / \text{m}^3$$

$$\phi = 20^\circ$$

$$c = 9.8 \text{ kN} / \text{m}^3$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

نمای یک فونداسیون مربع به ابعاد  $1.2\text{m} \times 1.2\text{m}$  در شکل زیر نشان داده شده است. مطلوب است تعیین بار مجاز کلی  $Q_{all}$  قابل حمل توسط فونداسیون با استفاده از رابطه ظرفیت باربری ترزاقی. ( $FS=3$ )

$$q_u = 1.3cN_c + qN_q + 0.4\gamma BN_\gamma$$

$$\phi = 20^\circ \rightarrow N_c = 17.96, N_q = 7.44, N_\gamma = 3.64$$

$$q_u = (1.3)(9.8)(17.96) + (0.9)(17.6)(7.44) + (0.4)(17.6)(1.2)(3.64) = 374\text{kN} / \text{m}^2$$

$$q_{all} = \frac{q_u}{3} = \frac{374}{3} = 124.67\text{kN} / \text{m}^2$$

$$Q_{all} = q_{all} \times A = 124.67 \times 1.2 \times 1.2 = 179.52\text{kN}$$



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

مطلوب است محاسبه ظرفیت باربری نهایی خالص یک فونداسیون مستطیل شکل به ابعاد  $2\text{m} \times 4\text{m}$  در عمق ۲ متری در خاک رس اشباع با  $c_u = 15\text{kPa}$ . از رابطه ظرفیت باربری مایرهورف استفاده نمایید.

$$q_{ult} = CN_c S_c d_c i_c + qN_q S_q d_q i_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma S_\gamma d_\gamma i_\gamma$$

$$q_{ult} = cN_c s_c d_c + qN_q s_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

$$\text{ضرایب شکل} \begin{cases} S_c = 1 + 0.2K_p \frac{B}{L} & \text{Any } \phi \\ S_q = S_\gamma = 1 + 0.1K_p \frac{B}{L} & \phi \geq 10^\circ \\ S_q = S_\gamma = 1 & \phi = 0^\circ \end{cases}$$

$$\text{ضرایب عمق} \begin{cases} d_c = 1 + 0.2\sqrt{K_p} \frac{D}{B} & \text{Any } \phi \\ d_q = d_\gamma = 1 + 0.1\sqrt{K_p} \frac{D}{B} & \phi \geq 10^\circ \\ d_q = d_\gamma = 1 & \phi = 0^\circ \end{cases}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

مطلوب است محاسبه ظرفیت باربری نهایی خالص یک فونداسیون مستطیل شکل به ابعاد  $2m \times 4m$  در عمق ۲ متری در خاک رس اشباع با  $c_u = 15kPa$ . از رابطه ظرفیت باربری مایرهورف استفاده نمایید.

$$q_{ult} = cN_c s_c d_c + qN_q s_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

$$\phi = 0 \rightarrow N_c = 5.14, N_q = 1, N_\gamma = 0$$

$$\phi = 0 \rightarrow s_\gamma = s_q = 1$$

$$\phi = 0 \rightarrow d_\gamma = d_q = 1$$

$$S_c = 1 + 0.2K_p \frac{B}{L} \quad \text{Any } \phi$$

$$d_c = 1 + 0.2\sqrt{K_p} \frac{D}{B} \quad \text{Any } \phi$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

مطلوب است محاسبه ظرفیت باربری نهایی خالص یک فونداسیون مستطیل شکل به ابعاد  $2m \times 4m$  در عمق ۲ متری در خاک رس اشباع با  $c_u = 15kPa$ . از رابطه ظرفیت باربری مایرهورف استفاده نمایید.

$$q_{ult} = cN_c s_c d_c + qN_q s_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

$$q_u = 5.14c_u \left(1 + 0.2 \frac{B}{L}\right) \left(1 + 0.2 \frac{D_f}{B}\right) + q$$

$$q_{net} = q_u - q = 5.14c_u \left(1 + 0.2 \frac{B}{L}\right) \left(1 + 0.2 \frac{D_f}{B}\right)$$

$$= (5.14)(15) \left(1 + 0.2 \times \frac{2}{4}\right) \left(1 + 0.2 \times \frac{2}{2}\right) = 101.772 kN / m^2 \approx 1 kg / cm^2$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

فونداسیونی نواری را در خاک درشت دانه با پارامترهای زیر در نظر بگیرید.  $D_f = 1.2 \text{ m}$ ،  $B = 1.2 \text{ m}$ ، وزن واحد حجم خاک  $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$ ، زاویه اصطکاک خاک  $\phi = 40^\circ$ ، زاویه بار  $\alpha = 20^\circ$ . ظرفیت باربری نهایی کل،  $q_u$  را با روش مایرهورف بدست آورید.

$$q_{ult} = CN_c S_c d_c i_c + qN_q S_q d_q i_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma S_\gamma d_\gamma i_\gamma$$

با استفاده از  $c = 0$  و  $B / L = 0$ ، معادله عمومی ظرفیت باربری به صورت زیر تغییر می نماید.

$$q_{ult} = qN_q d_q i_q + 0.5 \gamma B N_\gamma d_\gamma i_\gamma$$

به ازاء  $\phi = 40^\circ$  ضرایب ظرفیت باربری مایرهورف،  $N_q = 64.2$  و  $N_\gamma = 93.69$  بدست می آید.



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

فونداسیونی نواری را در خاک درشت دانه با پارامترهای زیر در نظر بگیرید.  $D_f = 1.2 \text{ m}$ ,  $B = 1.2 \text{ m}$ , وزن واحد حجم خاک  $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$ , زاویه اصطکاک خاک  $\phi = 40^\circ$ , زاویه بار  $\alpha = 20^\circ$ . ظرفیت باربری نهایی کل،  $q_u$  را با روش مایرهورف بدست آورید.

$$d_q = d_\gamma = 1 + 0.1 \sqrt{K_p} \frac{D}{B} \quad \phi \geq 10^\circ$$

$$d_q = d_\gamma = 1 + 0.1 \left( \frac{D_f}{B} \right) \tan \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = 1 + 0.1 \left( \frac{1.2}{1.2} \right) \tan \left( 45 + \frac{40}{2} \right) = 1.214$$

ضرایب میل بار	{	$i_c = i_q = \left( 1 - \frac{\theta}{90} \right)^2$	$Any \ \phi$	→	$i_q = \left( 1 - \frac{\alpha}{90} \right)^2 = \left( 1 - \frac{20}{90} \right)^2 = 0.605$
		$i_\gamma = \left( 1 - \frac{\theta}{\phi} \right)^2$	$\phi > 0$		$i_\gamma = \left( 1 - \frac{\alpha}{\phi} \right)^2 = \left( 1 - \frac{20}{40} \right)^2 = 0.25$
		$i_\gamma = 0 \quad (\theta > 0)$	$\phi = 0$		

## مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

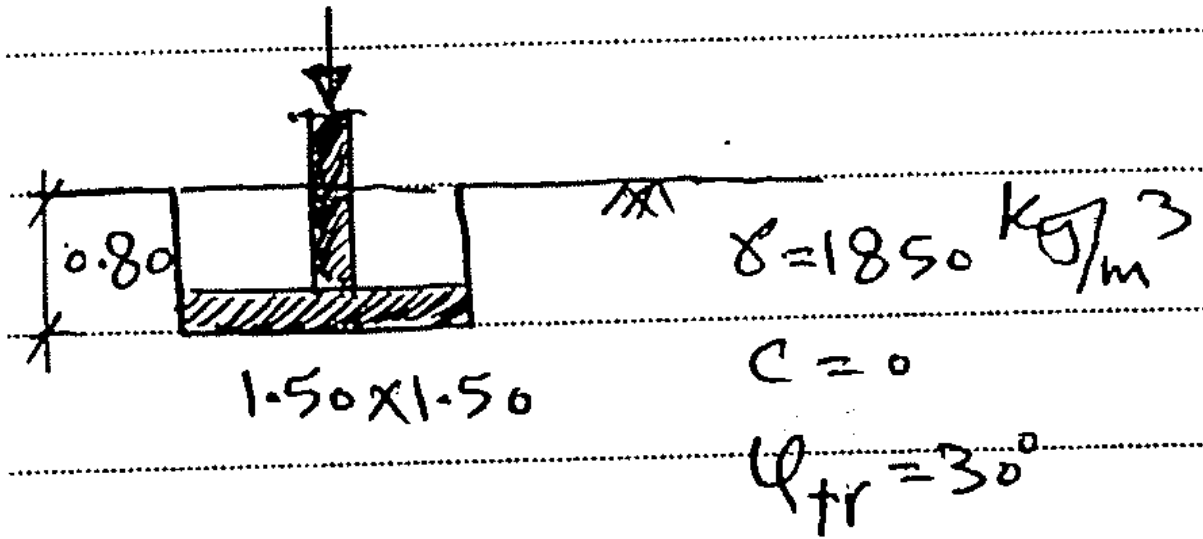
فونداسیونی نواری را در خاک درشت دانه با پارامترهای زیر در نظر بگیرید.  $D_f = 1.2 \text{ m}$ ,  $B = 1.2 \text{ m}$ ، وزن واحد حجم خاک  $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$ ، زاویه اصطکاک خاک  $\phi = 40^\circ$ ، زاویه بار  $\alpha = 20^\circ$ . ظرفیت باربری نهایی کل،  $q_u$  را با روش مایرهورف بدست آورید.

$$q_{ult} = q N_q d_q i_q + 0.5 \gamma B N_\gamma d_\gamma i_\gamma$$

$$q_u = (1.2 \times 17) (64.2) (1.214) (0.65) + \frac{1}{2} (17) (1.2) (93.69) (1.214) (0.25) = 1323.5 \text{ kN/m}^2$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی مربعی زیر را به روش هنسن تعیین کنید.



$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi$$

$$N_\gamma = 1.5(N_q - 1) \tan \phi$$

برای خاکهای با  $\phi > 0$

$$q_{ult} = cN_c S_c d_c i_c g_c b_c + qN_q S_q d_q i_q g_q b_q + \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma S_\gamma d_\gamma i_\gamma g_\gamma b_\gamma$$

برای خاکهای با  $\phi = 0$

$$q_{ult} = 5.14 c_u (1 + S'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + \bar{q}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی مربعی زیر را به روش هنسن تعیین کنید.

$$q_{ult} = qN_q s_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

ضرایب عمق

$$\left\{ \begin{array}{ll} d'_c = 0.4k & (\phi = 0) \\ d_c = 1 + 0.4k \\ d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 k \\ d_\gamma = 1 & \text{for all } \phi \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{ll} k = \frac{D}{B} & \frac{D}{B} \leq 1 \\ k = \tan^{-1} \left( \frac{D}{B} \right) & \frac{D}{B} > 1 \end{array} \right.$$

ضرایب شکل

$$\left\{ \begin{array}{ll} S'_c = 0.2 \frac{B'}{L'} & (\phi = 0) \\ S_c = 1 + \frac{N_q}{N_c} \frac{B'}{L'} \\ S_c = 1 & (\text{for Strip footing}) \\ S_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \phi \\ S_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B'}{L'} \geq 0.6 \end{array} \right.$$



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی مربعی زیر را به روش هنسن تعیین کنید.

$$q_{ult} = qN_q s_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi$$

$$N_\gamma = 1.5(N_q - 1) \tan \phi \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi$$

$$\phi = 30 \quad N_q = 18.4 \quad N_\gamma = 15.07$$

باربری پی مربعی زیر را به روش هنسن تعیین کنید.

$$q_{ult} = qN_q s_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

$$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin\varphi = 1 + 1 * \sin 30 = 1.5$$

$$d_q = 1 + 2 \tan\varphi (1 - \sin\varphi)^2 k = 1 + 2 \tan 30 (1 - \sin 30)^2 * 0.53 = 1.153$$

$$\frac{D}{B} = \frac{0.8}{1.5} < 1 \longrightarrow k = \frac{D}{B} = 0.53$$

$$d_\gamma = 1$$

$$s_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B'}{L'} = 1 - 0.4 * 1 = 0.6 \geq 0.6$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی مربعی زیر را به روش هنسن تعیین کنید.

$$q_{ult} = qN_q s_q d_q + 0.5\gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

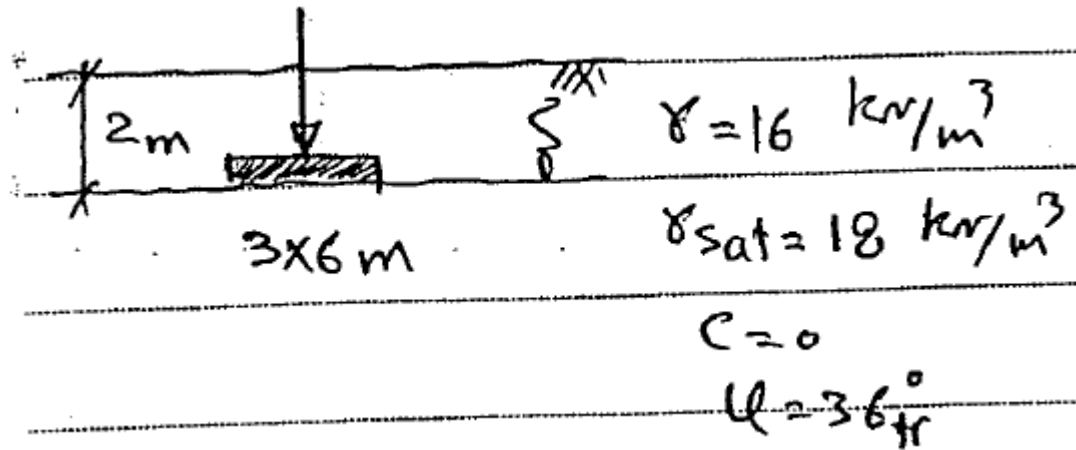
$$s_q = 1.5 \quad d_q = 1.153 \quad d_\gamma = 1 \quad s_\gamma = 0.6 \quad N_q = 18.4 \quad N_\gamma = 15.07$$

$$q_{ult} = 0.8 * 1850 * 18.4 * 1.5 * 1.153 + 0.5 * 1850 * 1.5 * 15.07 * 0.6 * 1$$

$$q_{ult} = 59643 \text{ kg/m}^2$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هنسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).



$$q_{ult} = q N_q s_q d_q + 0.5 \gamma' B N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

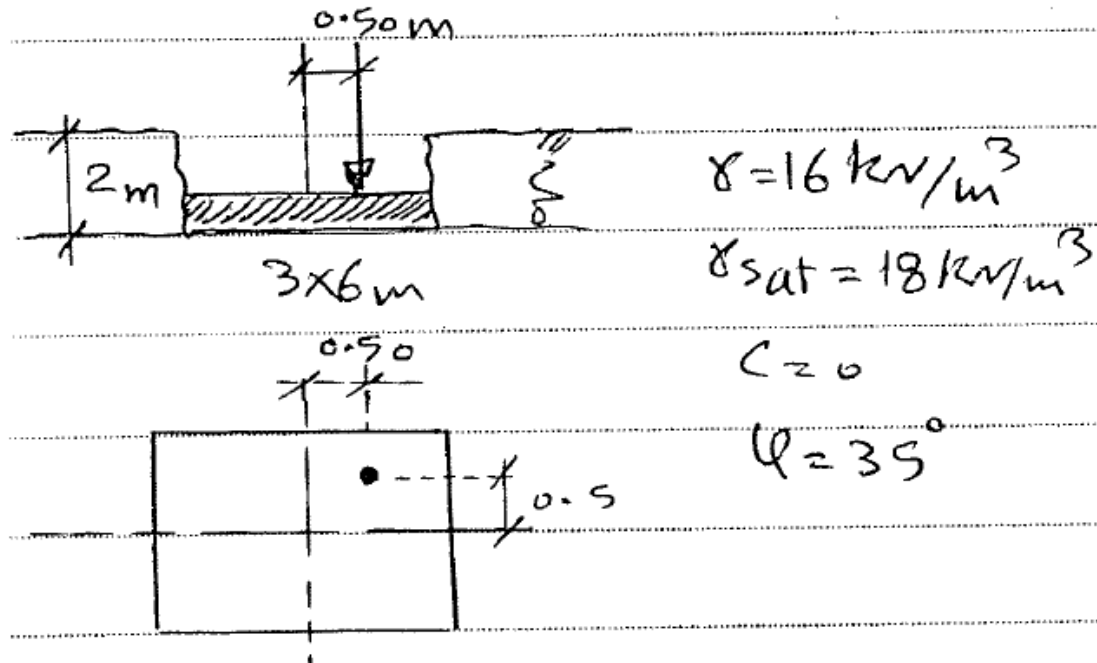
$$\frac{L}{B} = \frac{6}{3} = 2 \rightarrow \phi = \phi_{fr} = 36^\circ$$

$$q_u = (16 \times 2 \times 37.75 \times 1.16 \times 1.36) + [0.5 (18 - 9.81) \times 3 \times 40 \times 0.8 \times 1]$$

$$q_u = 2298.9$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).



**روش ۱)** استفاده از معادلات ظرفیت باربری **هسن و وسیک** به همراه اعمال تعدیل های زیر:

الف) در جمله  $BN_\gamma$  به جای  $B$  از  $B'$  استفاده شود.

ب) در محاسبه ضرایب شکل ابعاد موثر  $B'$  و  $L'$  را به کار ببرید.

ج) برای کلیه ضرایب عمق از ابعاد واقعی  $B$  و  $L$  استفاده کنید.

$$q_{ult} = qN_q s_q d_q + 0.5\gamma' B' N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).

روش ۱) استفاده از معادلات ظرفیت باربری **هسن و وسیک** به همراه اعمال تعدیل های زیر:

الف) در جمله  $BN_p$  به جای  $B$  از  $B'$  استفاده شود.

ب) در محاسبه ضرایب شکل ابعاد موثر  $B'$  و  $L'$  را به کار ببرید.

ج) برای کلیه ضرایب عمق از ابعاد واقعی  $B$  و  $L$  استفاده کنید.

$$\text{ضرایب شکل} \left\{ \begin{array}{l} S'_c = 0.2 \frac{B'}{L'} \quad (\phi = 0) \\ S_c = 1 + \frac{N_q}{N_c} \frac{B'}{L'} \\ S_c = 1 \quad (\text{for Strip footing}) \\ S_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \phi \\ S_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B'}{L'} \geq 0.6 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} L' &= L - 2ex = 6 - 2 \times 0.5 = 5 \text{ m} \\ B' &= B - 2ey = 3 - 2 \times 0.5 = 2 \text{ m} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{L'}{B'} &= \frac{5}{2} = 2.5 > 2 \\ \phi &= 1.5 \times 35^\circ - 17^\circ \approx 36^\circ \end{aligned}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هنسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).

$$q_{ult} = q N_q s_q d_q + 0.5 \gamma' B' N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

$$q_u = (16 \times 2 \times 37.75 \times 1.29 \times 1.165) + (0.5 (18 - 9.81) \times 2 \times 45.68 \times 0.84 \times 1)$$

$$q_u = 2129.7 \text{ kN/m}^2$$

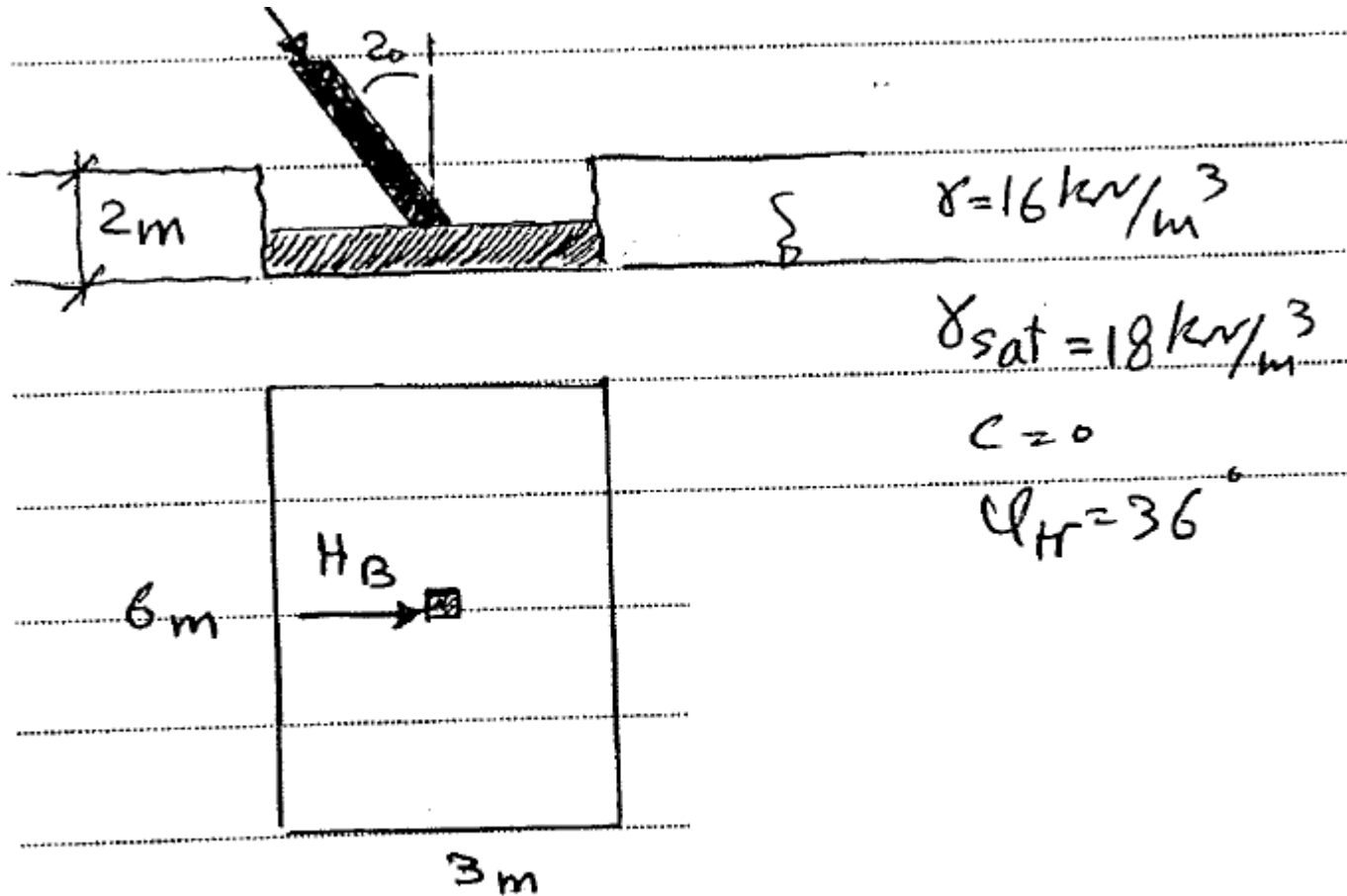
باربری خاک زیر پی

$$Q_u = q_u \times A_p = q_u \times L' \times B' = 2129.7 \times 3 \times 2 = 21297 \text{ kN}$$

باربری پی

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هنسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).



$$\frac{L}{B} = \frac{6}{3} = 2 \rightarrow \phi = 36^\circ$$

$$H_L = 0 \rightarrow i_{cL} = i_{qL} = i_{\gamma L} = 1$$

$$N_q = 37.75$$

$$N_\gamma = 40$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هنسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).

$$\text{for } H_B = \begin{cases} S'_{c,B} = 0.2 \frac{B}{L} i_{c,B} & \text{for } \phi = 0 \\ S_{c,B} = 1 + \frac{N_q}{N_c} \frac{B'}{L'} i_{c,B} & \text{for } \phi > 0 \\ S_{q,B} = 1 + \sin \phi \frac{B'}{L'} i_{q,B} \\ S_{\gamma,B} = 1 - 0.4 \frac{B'}{L'} \frac{i_{\gamma,B}}{i_{\gamma,L}} \end{cases}$$

ضرایب عمق

$$\begin{cases} d'_c = 0.4k & (\phi = 0) \\ d_c = 1 + 0.4k \\ d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 k \\ d_\gamma = 1 & \text{for all } \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = \frac{D}{B} & \frac{D}{B} \leq 1 \\ k = \tan^{-1} \left( \frac{D}{B} \right) & \frac{D}{B} > 1 \end{cases}$$

ضرایب میل بار

$$\begin{cases} i'_c = 0.5 - 0.5 \sqrt{1 - \frac{H_i}{A_f C_a}} & (\phi = 0) \\ i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} & (\phi > 0) \\ i_q = \left[ 1 - \frac{0.5 H_i}{V + A_f C_a \cot \phi} \right]^5 \\ i_\gamma = \left[ 1 - \frac{(0.7 - \frac{\eta^\circ}{450^\circ}) H_i}{V + A_f C_a \cot \phi} \right]^5 \end{cases}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هنسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).

$$i_q = \left[ 1 - \frac{0.5H}{V + A_f C_a \cot \varphi} \right]^5 = \left[ 1 - 0.5 \tan 20^\circ \right]^5 = 0.3667$$

$$i_\gamma = \left[ 1 - \frac{0.7H}{V + A_f C_a \cot \varphi} \right]^5 = \left[ 1 - 0.7 \tan 20^\circ \right]^5 = 0.237$$

$$d_q = 1 + 2 \tan 36^\circ (1 - \sin 36^\circ)^2 \times \frac{2}{3} = 1.16$$

$$d_\gamma = 1 \quad \text{since}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی زیر را به روش هنسن تعیین کنید (سطح آب در ۲ متری).

$$s_{q,B} = 1 + \frac{B \times i_{qB}}{L} \sin \varphi = 1 + \frac{3 \times 0.366}{6} \sin 36^\circ = 1.1$$

$$s_{\gamma,B} = 1 - 0.4 \frac{B \times i_{\gamma B}}{L \times i_{\gamma L}} = 1 - 0.4 \frac{3 \times 0.23}{6 \times 1} = 0.954 > 0.6$$

$$q_u = (80 \times q \cdot s_{qB} \cdot d_{qB} \cdot i_{qB}) + (0.5 \gamma' B \times s_{\gamma B} \cdot d_{\gamma B} \cdot i_{\gamma B})$$

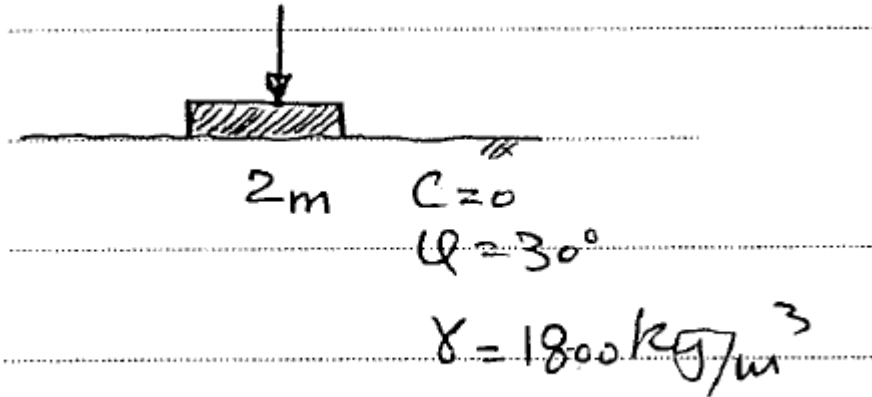
$$q_u = (16 \times 2 \times 37.75 \times 1.1 \times 1.16 \times 0.366) + (0.5 (18 - 9.81) \times 40 \times 1 \times 0.23)$$

$$q_u = 677 \text{ kN/m}^2$$



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی نواری با پهنای ۲ متر را برای حالت های زیر به روش **هنسن** دست آورید:



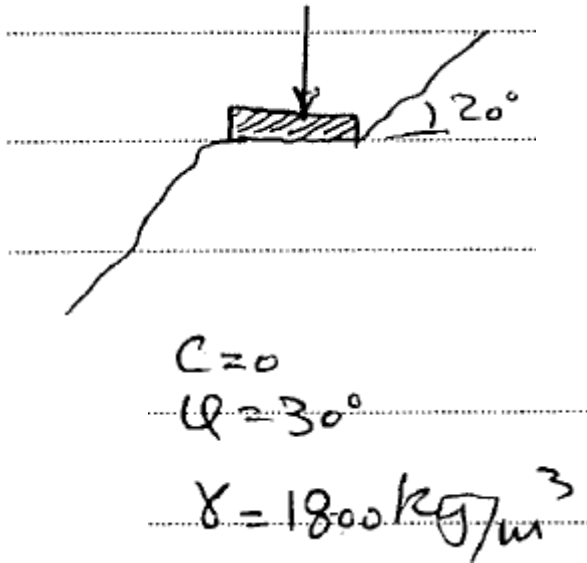
$$q_u = 0.5 \gamma B N_\gamma$$

$$q_u = 0.5 \times 1800 \times 2 \times 15.1 = 27180 \text{ kg/m}^2$$

$$Q_u = 27180 \times 2 \times 1 = 54360 \text{ kg/m}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی نواری با پهنای ۲ متر را برای حالت های زیر به روش **هنسن** دست آورید:



$$\text{ضرایب زمین} \quad \begin{cases} g'_c = \frac{\beta^\circ}{147^\circ} & (\phi=0) \\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \tan \beta)^\gamma \end{cases} \quad \begin{cases} g_c = 1 - \frac{\beta^\circ}{147^\circ} & (\phi > 0) \end{cases}$$

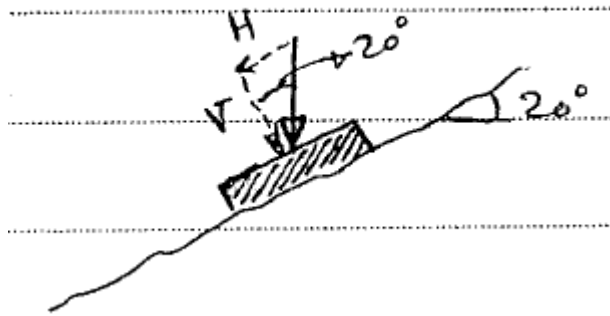
$$g_\gamma = (1 - 0.5 \tan 20)^\gamma = 0.366$$

$$q_u = 0.5 \times 1800 \times 2 \times 15.1 \times 0.366 = 9948 \text{ kg/m}^2$$

$$Q_u = 9948 \times 2 \times 1 = 19896 \text{ kg/m}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی نواری با پهنای ۲ متر را برای حالت های زیر به روش **هنسن** دست آورید:



$$c = 0$$

$$\phi = 30^\circ$$

$$\gamma = 1800 \text{ kg/m}^3$$

ضرایب زمین

$$\begin{cases} g'_c = \frac{\beta^\circ}{147^\circ} & (\phi = 0) \\ g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \tan \beta)^\gamma \end{cases} \quad g_c = 1 - \frac{\beta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi > 0)$$

ضرایب شیب پاشنه

$$\begin{cases} b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} & (\phi = 0) \\ b_q = \exp(-2\eta \tan \phi) \\ b_\gamma = \exp(-2.7\eta \tan \phi) \end{cases} \quad b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi > 0)$$

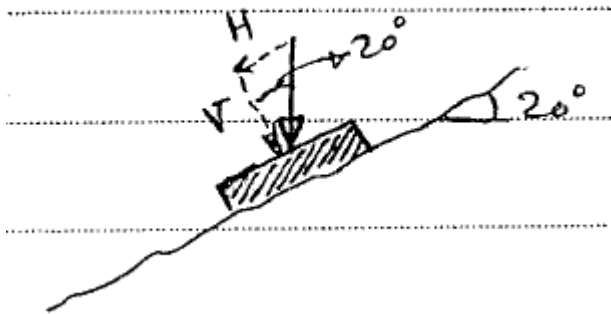
$\eta = \text{radian}$

$$g_\gamma = (1 - 0.5 \tan 20)^\gamma = 0.366$$

$$b_\gamma = e^{-2.7 \times \frac{20}{180} \times 3.14 \times 30} = 0.58$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی نواری با پهنای ۲ متر را برای حالت های زیر به روش **هنسن** دست آورید:



$$c = 0$$

$$\phi = 30^\circ$$

$$\gamma = 1800 \text{ kg/m}^3$$

$$i\gamma = \left[ 1 - \frac{(0.7 - \tan^2 45^\circ) H}{V + A p c_a \cot \phi} \right]^5$$

$$i\gamma = \left[ 1 - \left( 0.7 - \frac{20}{450} \right) \tan 20^\circ \right] = 0.76$$

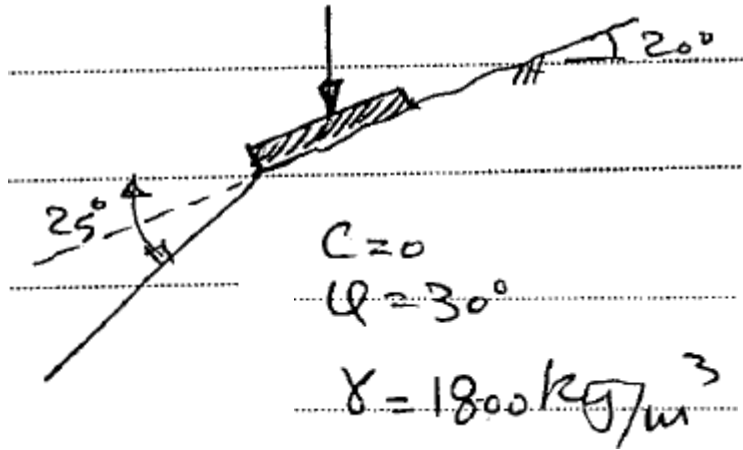
$$q_u = 0.5 \times 1800 \times 2 \times 15.1 \times 0.366 \times 0.58 \times 0.76 = 5368 \text{ kg/m}^2$$

$$V_u = 5368 \times 2 \times 1 = 10736 \text{ kg/m}$$

$$Q_u = \frac{10736}{\cos 30^\circ} = 11425 \text{ kg/m}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

باربری پی نواری با پهنای ۲ متر را برای حالت های زیر به روش **هنسن** دست آورید:



$$g_\gamma = (1 - 0.5 \tan 25^\circ)^5 = 0.265$$

$$b_\gamma = 0.58$$

$$i_\gamma = 0.76$$

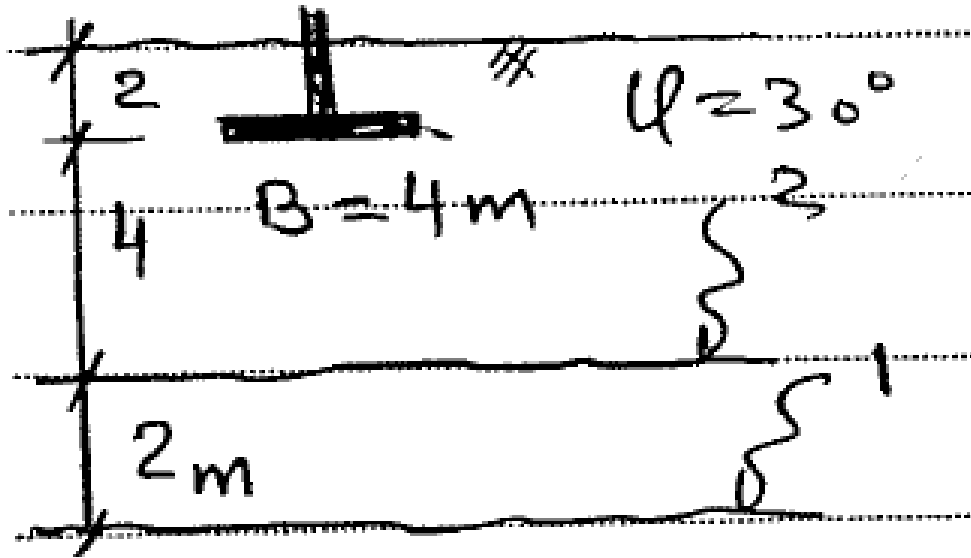
$$q_u = 0.5 \times 1800 \times 2 \times 19.1 \times 0.265 \times 0.58 \times 0.76 = 3886 \text{ kg/m}^2$$

$$V_u = 3886 \times 2 \times 1 = 7772 \text{ kg/m}$$

$$Q_u = \frac{7772}{\sin 20^\circ} = 8270 \text{ kg/m}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

مثال) با بالا آمدن تراز آب زیرزمینی از حالت ۱ به ۲ ظرفیت باربری چه تغییری میکند؟

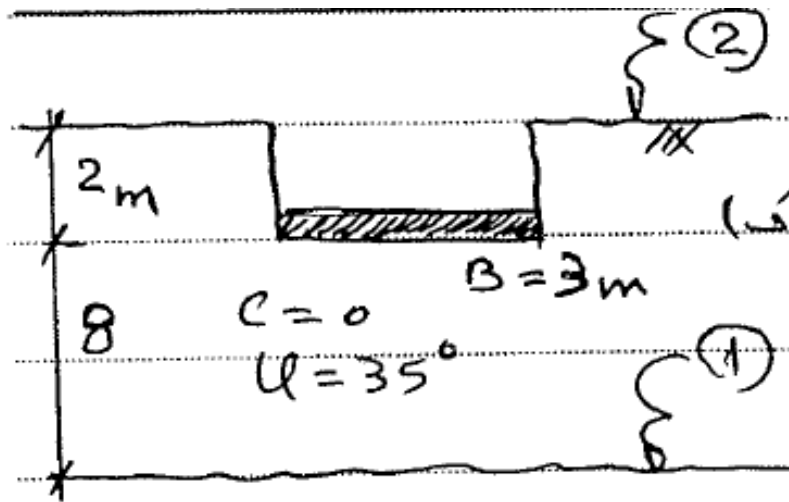


$$H = 0.5 B \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = 0.5 \times 4 \times \left( 45 + \frac{30}{2} \right)$$

$H = 3.64 < 4$  → وجود سفره زیرزمینی در حالت ۲ تاثیری بر ظرفیت باربری خاک نخواهد داشت.



# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی



اگر در خاک زیر این پی توالی، آب تا روی زمین  
بالا بیاید، باربری خاک زیر پی چند درصد کاهش می یابد. (ف)

الف) 50٪ ✓

ب) 10٪

پ) 30٪

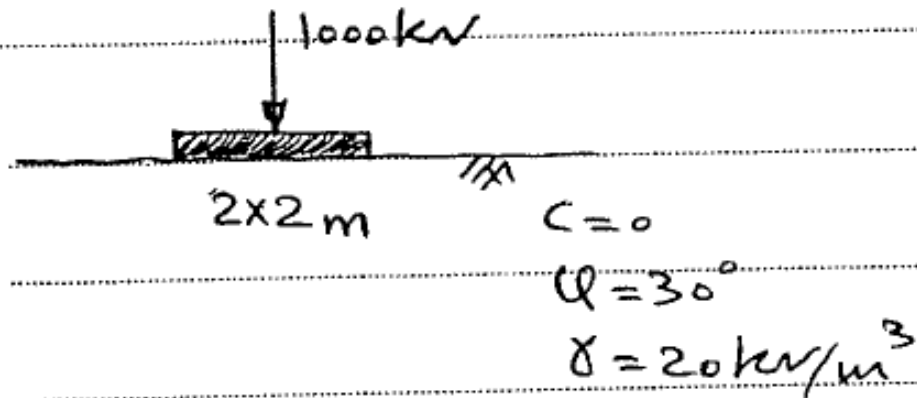
$$Q_{u1} = 1800 \times 2 \times N_q + 0.5 \times 1800 \times 3 \times N_\gamma$$

ت) کاهش نمی یابد

$$Q_{u2} = (1900 - 1000) \times 2 \times N_q + 0.5 \times (1900 - 1000) \times 3 \times N_\gamma$$

(مثال)

— اگر این پی گسترده و  $100 \text{ kN.m}$  را نیز داشته باشد، باربری خاک زیر پی چند درصد کاهش می یابد.



$$e = \frac{M}{P} = \frac{100}{1000} = 0.1 \text{ m}$$

$$q_{u1} = 0.5 \gamma B \sqrt{s}$$

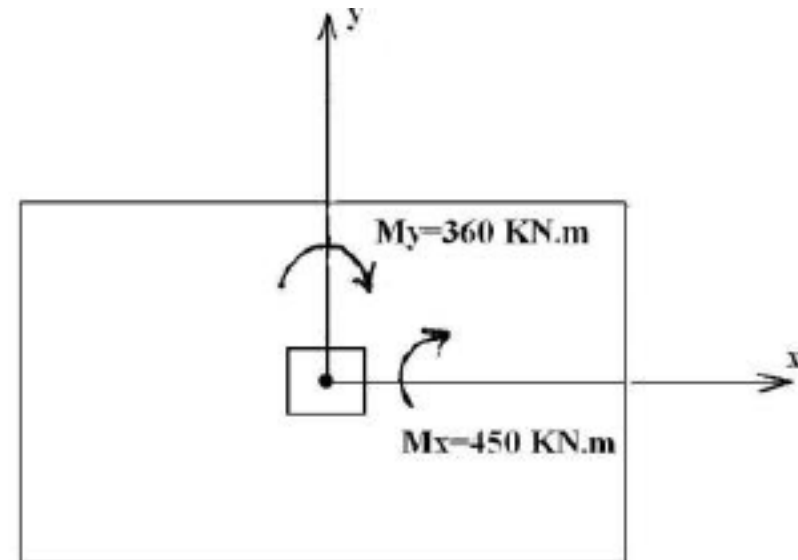
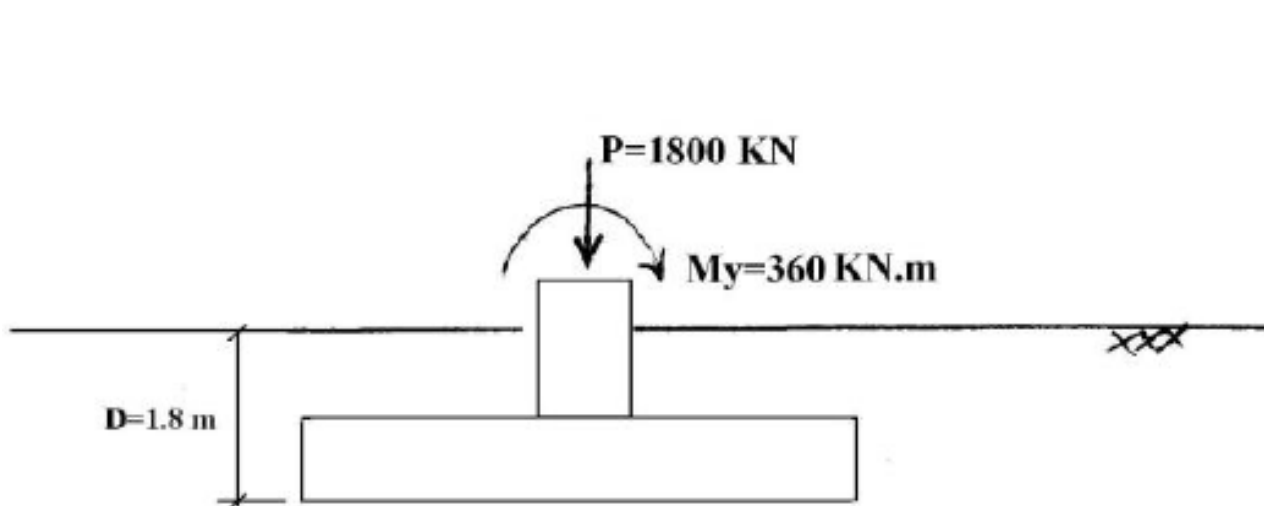
$$q_{u2} = 0.5 \gamma (B - 2 \times e) \sqrt{s}$$

$$\frac{q_{u2}}{q_{u1}} = \frac{(2 - 2 \times 0.1)}{2} = 0.9$$

٪۱۰ کاهش می شود.

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

**مثال** یک پی مربعی با ابعاد  $1.8m \times 1.8m$  تحت یک ستون مربعی به ابعاد  $0.4m \times 0.4m$  در نظر گرفته شده است، این ستون تحت بار محوری  $P = 1800kN$  و لنگرهای  $M_x$  و  $M_y$  (مطابق شکل) قرار دارد. خاک زیر پی دارای پارامترهای مقاومت برشی  $\phi = 36^\circ$  و  $C = 20kpa$  است. وزن مخصوص خاک  $\gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$  است و سفره آب زیر زمینی در عمق  $5m$  از سطح زمین قرار دارد. مطلوبست محاسبه ظرفیت باربری مجاز خاک براساس روابط هنسِن و مایرهوف. (ضریب اطمینان را 3 فرض کنید).



## روش هنس

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{450}{1800} = 0.25m \Rightarrow B' = B - 2e = 1.8 - 2(0.25) = 1.3m$$

$$e_x = \frac{M_y}{P} = \frac{360}{1800} = 0.20m \Rightarrow L' = L - 2e = 1.8 - 2(0.2) = 1.4m$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = 37.7 \approx 38$$

محاسبه ضرایب:

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi = 50.9 \approx 51$$

$$N_\gamma = 1.5(N_q - 1) \tan \phi = 40.32 \approx 40$$

$$S_c = 1 + \frac{N_q}{N_c} \times \frac{B'}{L'} = 1 + \frac{38}{51} \times \frac{1.3}{1.4} = 1.69$$

$$S_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \phi = 1 + \frac{1.3}{1.4} \sin 36 = 1.55$$

$$S_\gamma = 1 - 0.4 \left( \frac{1.3}{1.4} \right) = 0.62 > 0.6 \quad (\underline{Ok})$$

$$d_c = 1 + 0.4k = 1 + 0.4 \left( \frac{D}{B} \right) = 1.4$$

$$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 k = 1.25$$

$$d_\gamma = 1$$

محاسبه ضرایب شکل

محاسبه ضرایب عمق:

محاسبه ضرایب شیب زمین: چون خاکریز طرفین افقی است تمام ضرایب شیب زمین برابر یک در نظر گرفته می شود:

$$g_c = g_\gamma = g_q = 1$$

محاسبه ضرایب میل بار: چون بار مایل نیست تمام ضرایب میل بار برابر یک در نظر گرفته می شود:

$$i_c = i_\gamma = i_q = 1$$

محاسبه ضرایب شیب پاشنه: چون پی افقی است تمام ضرایب شیب پاشنه برابر یک در نظر گرفته می شود:

$$b_c = b_\gamma = b_q = 1$$

معادله هنسن:

$$q_{ult} = C.N_c.S_c.d_c.i_c.g_c.b_c + q.N_q.S_q.d_q.i_q.g_q.b_q + \frac{1}{2}\gamma B'N_\gamma.S_\gamma.d_\gamma.i_\gamma.g_\gamma.b_\gamma$$

$$q_{ult} = [(20)(51)(1.69)(1.4)] + [(1.8 \times 18)(38 \times 1.55 \times 1.25)] + \frac{1}{2}[(18)(1.3)(40)(0.62)(1)]$$

$$q_{ult} = 5088 \text{ kpa} \Rightarrow q_{all} = \frac{5088}{3} = 1696 \text{ kpa} \approx 1700 \text{ kpa}$$

$$q_{exist} = \frac{P}{B' \times L'} = \frac{1800}{(1.3)(1.4)} = 989 \text{ kpa} < q_{all}$$

فشار موجود بر اثر بارهای وارده:



## روش مایر هوف با اعمال ضرایب کاهش:

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = 38 \quad , \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi = 51 \quad , \quad N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4\phi) = 44.7$$

محاسبه ضرایب شکل:

$$K_p = \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = \tan^2 \left( 45 + \frac{36}{2} \right) = 3.85$$

$$S_c = 1 + 0.2K_p \cdot \frac{B}{L} = 1 + 3.85(0.2) \left( \frac{1.8}{1.8} \right) = 1.77$$

$$S_q = 1 + 0.1K_p \cdot \frac{B}{L} = 1 + (0.1)(3.85) \left( \frac{1.8}{1.8} \right) = 1.39$$

$$S_\gamma = S_q = 1.39$$

## روش مایر هوف با اعمال ضرایب کاهشده:

محاسبه ضرایب عمق:

$$d_c = 1 + 0.2\sqrt{K_P} \cdot \frac{D}{B} = 1 + 0.2(1.96)\left(\frac{1.8}{1.8}\right) = 1.39$$

$$d_q = 1 + 0.1\sqrt{K_P} \cdot \frac{D}{B} = 1 + 0.1(1.96)\left(\frac{1.8}{1.8}\right) = 1.2$$

$$d_\gamma = d_q = 1.2$$

$$i_c = i_\gamma = i_q = 1$$

ضرایب میل بار همگی برابر واحد هستند:

$$q_{ult} = C \cdot N_c \cdot S_c \cdot d_c \cdot i_c + q \cdot N_q \cdot S_q \cdot d_q \cdot i_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \cdot S_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma \quad \text{معادله مایر هوف:}$$

$$q_{ult} = 20(51)(1.77)(1.39) + (1.8 \times 1.8)(38)(1.39)(1.2) + 0.5(18)(1.8)(44.7)(1.39)(1.2)$$

$$q_{ult} = 3922.7 \text{ kpa}$$

## روش مایر هوف با اعمال ضرایب کاهشده:

با توجه به اینکه برون محوری دوطرفه است لذا هم  $R_{eB}$  و هم  $R_{eL}$  را محاسبه می کنیم و از آنجا که چسبندگی خاک کم است از ضرایب خاک های غیر چسبنده استفاده می کنیم:

$$R_{eB} = 1 - \sqrt{\frac{e_Y}{B}} = 1 - \sqrt{\frac{0.25}{1.8}} = 1 - 0.37 = 0.63$$

$$R_{eL} = 1 - \sqrt{\frac{e_X}{L}} = 1 - \sqrt{\frac{0.2}{1.8}} = 1 - 0.33 = 0.67$$

$$q_{ult} = 3922.7 \times R_{eB} \times R_{eL} = 1655.78 \text{ kpa}$$

$$q_{all} = \frac{q_{ult}}{3} = 551.92 \text{ kpa}$$

# مهندسی پی: ظرفیت باربری پی های سطحی

فونداسیون سطحی دارای عرض  $0.6 \text{ m}$  و طول  $1.2 \text{ m}$  می باشد. عمق استقرار فونداسیون برابر است با  $D_f = 0.6 \text{ m}$ . پارامترهای خاک زیر فونداسیون عبارتند از:  $\phi = 25^\circ$ ،  $c = 48 \text{ kN/m}^2$ ،  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ . با استفاده از معادلات میرهوف ظرفیت باربری فونداسیون را برای حالات زیر محاسبه نمایید.

الف. ظرفیت باربری مجاز کل. فرض نمایید  $FS = 4$

ب. ظرفیت باربری مجاز خالص. فرض نمایید  $FS = 4$

ج. ظرفیت باربری مجاز کل و خالص نسبت به گسیختگی برشی. فرض نمایید  $FS_{(shear)} = 1.5$

$$Q_{all} = \frac{Q_u}{FS}$$

$$Q_{all (net)} = \frac{Q_u - Q}{FS}$$

$$c_d = \frac{c}{FS_{(shear)}} ; \quad \phi_d = \tan^{-1} \left[ \frac{\tan \phi}{FS_{(shear)}} \right]$$